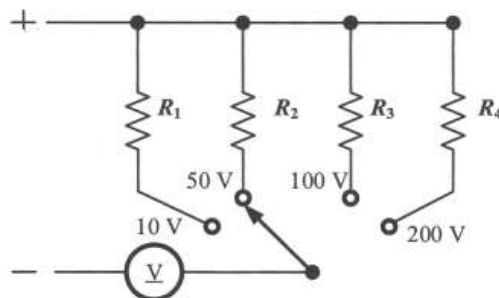


104 年公務人員高等考試三級考試試題

類 科：電力工程、電子工程

科 目：電路學

- 一、如圖一所示為一個可量測 10V~200V 之多範圍動圈型類比直流電壓表電路，已知該電壓表之內電阻值為 $100\text{ k}\Omega$ 、滿刻度電流(full-scale current)為 $10\text{ }\mu\text{A}$ 。試求圖中電阻器 R_1 、 R_2 、 R_3 、 R_4 之值。



圖一

【擬答】：

(一)刻度：10V 時

$$10 = 10\mu \times (100k + R_1) \Rightarrow R_1 = 900k\Omega$$

(二)刻度：50V 時

$$50 = 10\mu \times (100k + R_2) \Rightarrow R_2 = 4900k\Omega$$

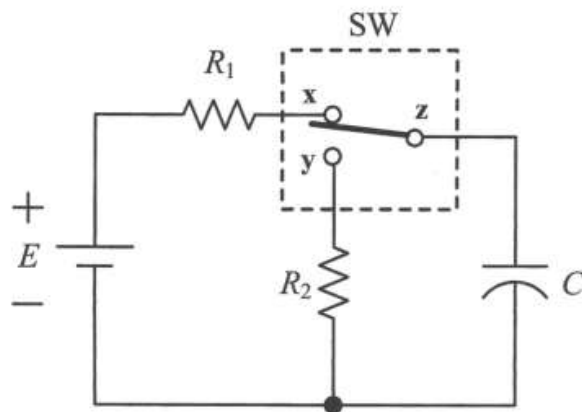
(三)刻度：100V 時

$$100 = 10\mu \times (100k + R_3) \Rightarrow R_3 = 9900k\Omega$$

(四)刻度：200V 時

$$200 = 10\mu \times (100k + R_4) \Rightarrow R_4 = 19900k\Omega$$

- 二、如圖二所示，當開關 SW 瞬間切換至位置 x 時，試求電容器 C 之峰值充電電流以及充電至穩態值所需的有限時間。當電容器 C 完全充滿電能後，開關 SW 瞬間切換至位置 y，試求電容器 C 之峰值放電電流，以及電容器 C 完全放電後由電阻器 R_2 所吸收的平均功率。已知圖中 $R_1=1000\Omega$ 、 $R_2=10\Omega$ 、 $C=10\text{ mF}$ 、 $E=500\text{ V}$ 。



圖二

【擬答】：

(一)開關 SW 切換至位置 x 時：電容進行充電。

列出一階微分方程式如下：

$$E = V_C + R_1 C \frac{dV_C}{dt}$$

欲求出全解＝特解＋通解，寫法如下：

1. v_p (particular - solution)：假設為固定值代入：

$$E = v_p + R_1 C \frac{dv_p}{dt} \Rightarrow v_p = E$$

2. v_g (general - solution)：

$$0 = v_g + R_1 C \frac{dv_g}{dt} \Rightarrow \frac{dv_g}{dt} + \frac{v_g}{R_1 C} = 0 \Rightarrow v_g = C_1 \times e^{-\frac{t}{R_1 C}}$$

3. $V_C(t) = v_g + v_p = C_1 \times e^{-\frac{t}{R_1 C}} + E$ ，欲求 C_1 之初始值以 $V_C(0^+) = 0V$ 代入，則

$$0 = E + C_1 \Rightarrow C_1 = -E$$

故全解如下式所示：

$$V_C = E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \text{ 時間常數 } \tau = R_1 C = 1000 \times 10m = 10s$$

4. 此時電容之電流為

$$I_C = C \frac{d \left[E \times \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \right]}{dt} = CE \times \left(\frac{1}{R_1 C} \right) e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R_1} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{500}{1000} e^{-\frac{t}{10}}$$

5. 充至穩態所需時間為 $t = 5\tau = 5 \times 10 = 50s$

(二)開關 SW 切換至位置 y 時：電容進行放電。

$$I_C(t) = \frac{500}{10} e^{-\frac{t}{10 \times 10m}} = 50e^{-10t}$$

此題應改成電阻吸收瞬間功率為

$$P_R = [I_C(t)]^2 \times R_2 = (50e^{-10t})^2 \times 10 = 25000e^{-20t} (W)$$

三、一個三相、三線、Y 連接、60Hz 之負相序平衡電源連接至一個三相、三線、Y 連接之平衡負載，已知該三相負載之虛功為 10kVAR，三相負載之每相阻抗為 $Z = 250 \angle (-75^\circ) \Omega$ 。試求該三相負載之實功、視在功率、功率因素，以及該三相電源電壓之相電壓峰值及線電壓峰值。

【擬答】：

(一)使用複數功率計算：

$$S_Y = \frac{V_L^2}{Z_Y^*} = \frac{V_L^2}{(250 \angle -75^\circ)^*} = \frac{V_L^2}{250} \angle -75^\circ$$

已知三相負載之虛功為 10kVAR，則

$$\left| \frac{V_L^2}{250} \sin 75^\circ \right| = 10k \Rightarrow V_L^2 = 2.588 \times 10^6 \Rightarrow V_L = 1609kV$$

所以

$$\text{相電壓峰值為 } V_{p(m)} = \sqrt{2} \times \frac{1609}{\sqrt{3}} = 1313.74V$$

$$\text{線電壓峰值為 } V_{L(m)} = \sqrt{2} \times 1609 = 2275.47V$$

$$P_{3\phi} = \frac{V_L^2}{250} \cos 75^\circ = \frac{2588k}{250} \cos 75^\circ = 2.679kW$$

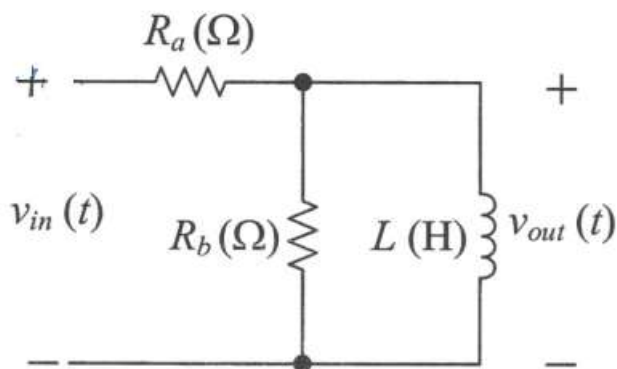
(二) 三相負載之實功為

$$\text{視在功率為 } S_{3\phi} = \sqrt{2.679^2 + 10^2} k = 10.35kVA$$

$$\text{功率因數為 } pF = \cos 75^\circ = 0.259 (\text{領先})$$

四、試求圖三濾波器電路輸出訊號 $v_{out}(t)$ 對輸入訊號 $v_{in}(t)$ 之轉移函數、濾波器的類型與以 Hz 為單位的截止頻率(cutoff frequency)。

【擬答】：



圖三

(一) 轉移函數：

$$H(s) = \frac{v_{out}(s)}{v_{in}(s)} = \frac{R_b // sL}{R_a + R_b // sL} = \frac{1}{R_a \times \left(\frac{1}{R_b} + \frac{1}{sL} \right) + 1} = \frac{R_b Ls}{(R_a + R_b)Ls + R_a R_b}$$

令 $s = j\omega$ 代入，則

$$H(j\omega) = \frac{v_{out}(j\omega)}{v_{in}(j\omega)} = \frac{jR_b L\omega}{R_a R_b + j(R_a + R_b)L\omega}$$

(二) 此電路為高通濾波器型態。

1. $s = 0 \Rightarrow H(0) = 0$ ，沒有輸出。

2. $s \rightarrow \infty \Rightarrow H(\infty) = \frac{R_b}{R_a + R_b}$ ，經過衰減而輸出。

(三) 截止頻率為 $A_v = \frac{1}{\sqrt{2}}$ 時之頻率，則

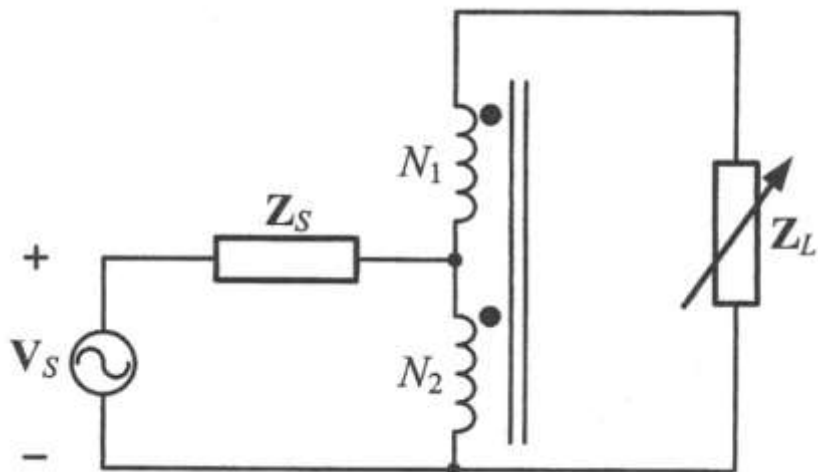
$$\begin{aligned} H(s) &= \frac{v_{out}(s)}{v_{in}(s)} = \frac{R_b Ls}{(R_a + R_b)Ls + R_a R_b} = \frac{R_b}{R_a + R_b} \times \frac{Ls}{Ls + \frac{R_a R_b}{R_a + R_b}} \\ &= \frac{R_b}{R_a + R_b} \times \frac{1}{1 + \frac{R_a // R_b}{Ls}} \end{aligned}$$

所以

$$\omega_{-3dB} = \frac{R_a // R_b}{L} \Rightarrow f_{-3dB} = \frac{R_a // R_b}{2\pi L}$$

五、如圖四所示之理想自耦變壓器(ideal autotransformer)電路，負載阻抗 Z_L 已調整至工作在吸收最大功率條件下。試求該負載阻抗 Z_L 之值及其吸收之最大功率。假設 $N_1=800$ 匝， $N_2=200$

匝， $Z_s=30+j40\Omega$ ， $V_s=240\angle 0^\circ\text{V}_{\text{rms}}$ 。



圖四

【擬答】：

使用驅動阻抗法，外加 V_T ，流出 I_T ：

則

$$V_T = 4V_2 + V_2 = 5V_2 \text{-----(1)}$$

$$V_T = 4V_2 + (30 + j40) \times (I_T + 4I_T) + 240\angle 0^\circ \text{-----(2)}$$

由(1)式 $V_2 = \frac{1}{5}V_T$ 代入(2)式，可得

$$V_T = \frac{4}{5}V_T + 5 \times (30 + j40) \times I_T + 240\angle 0^\circ \Rightarrow V_T = 25 \times (30 + j40) \times I_T + 1200\angle 0^\circ$$

則

$$E_{th} = 1200\angle 0^\circ$$

$$Z_{th} = 750 + j1000$$

$$\text{負載阻抗 } Z_L = Z_{th}^* = (750 + j1000)^* = 750 - j1000\Omega$$

$$\text{最大功率為 } P_{\max} = \frac{1200 \times 1200}{4 \times 750} = 480\text{W}$$