

臺灣警察專科學校專科警員班第三十六期 (正期學生組)
新生入學考試乙組數學科試題

壹、單選題：

(一)三十題，題號自第 1 題至第 30 題，每題二分，計六十分。

- (C) 1. 設 $X = \sqrt{9 + \sqrt{257}}$ ，則 x 之值在哪兩個連續整數之間？
(A) 3 與 4 (B) 4 與 5 (C) 5 與 6 (D) 6 與 7。
- (B) 2. 已知有理數 x, y 滿足 $x\sqrt{6 - \sqrt{20}} + y\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} = 5 + \sqrt{5}$ ，則數對 (x, y) 為下列哪一個選項？
(A) $(-1, 1)$ (B) $(-1, 2)$ (C) $(-1, 3)$ (D) $(-1, 4)$
- (A) 3. 已知正實數 x, y 滿足 $3x + 4y = 24$ ，則 xy 的最大值為下列哪一個選項？
(A) 12 (B) 16 (C) 20 (D) 24。
- (D) 4. 設 $f(x) = x^3 + 5x^2 + 10x + 10$ ，已知 $f(x)$ 表成 $(x+1)$ 的多項式之形式為 $f(x) = a(x+1)^3 + b(x+1)^2 + c(x+1) + d$ ，則實數數組 (a, b, c, d) 為下列哪一個選項？
(A) $(1, 4, 3, 2)$ (B) $(1, 2, 4, 3)$ (C) $(1, 3, 4, 2)$ (D) $(1, 2, 3, 4)$ 。
- (B) 5. 已知 a, b 為實數，且不等式 $(-3x^2 + 3x - 5)(x^2 - ax + b) \geq 0$ 的解為 $-1 \leq x \leq 3$ ，則數對 (a, b) 為下列哪一個選項？
(A) $(2, 3)$ (B) $(2, -3)$ (C) $(-1, 3)$ (D) $(1, 2, 3, 4)$
- (A) 6. 已知 $4^x = 7$ ，則 $2^{x-3} - 8^x$ 的值為下列哪一個選項？
(A) $\sqrt{7}$ (B) $2\sqrt{7}$ (C) $3\sqrt{7}$ (D) $4\sqrt{7}$
- (D) 7. 已知 $f(x) = \log_{\sqrt{5}} x$ ，且 $f(b) - f(a) = -2$ ，則 $\frac{a}{b}$ 的值為下列哪一個選項？
(A) $\frac{1}{5}$ (B) $\frac{1}{25}$ (C) $\sqrt{5}$ (D) 5。
- (C) 8. 設數列 (a_n) 的遞迴關係式為 $a_{n+1} = \frac{n+1}{n+2} a_n$ ，其中 n 為自然數，且 $a_1 = \frac{1}{2}$ ，則 a_{100} 的值為下列哪一個選項？
(A) $\frac{1}{99}$ (B) $\frac{1}{100}$ (C) $\frac{1}{101}$ (D) $\frac{1}{2}$
- (A) 9. 設 $S = 1 \times 2 + 3 \times 4 + 5 \times 6 + \dots + 39 \times 40$ ，則 S 的值為下列哪一個選項？
(A) 11060 (B) 12000 (C) 13480 (D) 14900。
- (B) 10. 由數字 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8 所組成數字不重複的八位數中，若 1 與 2 「不」相鄰，且 3 與 4 相鄰，且 5 與 6 相鄰，且 7 與 8 相鄰，滿足上述條件的八位數之個數為下列哪個選項？
(A) 480 (B) 576 (C) 648 (D) 720。
- (D) 11. 某次象棋比賽中，共有 n 個選手參賽，若規定參與的選手每人都必須和其他選手各比賽一場，主辦單位統計賽程總計為 78 場，則 n 之值為下列哪一個選項？
(A) 10 (B) 11 (C) 12 (D) 13。
- (C) 12. 設 $S = C_1^{11} + C_2^{11} + C_3^{11} + \dots + C_{10}^{11}$ ，則 S 的值為下列哪一個選項？
(A) 55 (B) 2044 (C) 2046 (D) 2048。
- (C) 13. 從 1~30 的正整數中隨機取出 3 個數，則取出的數中恰有 2 個偶數與 1 個奇數的機率為下列哪一個選項？
(A) $\frac{41}{116}$ (B) $\frac{43}{116}$ (C) $\frac{45}{116}$ (D) $\frac{47}{116}$

- (A) 14. 將七個號碼球1, 2, 3, 4, 5, 6, 7隨機排成一列, 已知號碼球7排在第六位, 則號碼球6排在第七位的機率為下列哪一個選項?
 (A) $\frac{1}{6}$ (B) $\frac{1}{7}$ (C) $\frac{2}{7}$ (D) $\frac{3}{7}$
- (B) 15. 已知 $\triangle ABC$ 的三邊邊長 $\overline{BC}=a$, $\overline{AC}=b$, $\overline{AB}=c$ 滿足 $a^2=b^2+c^2+bc$, 則最大角的角度為下列哪一個選項?
 (A) 90° (B) 120° (C) 135° (D) 150°
- (D) 16. 高空中有一氣球, 為了測量此氣球的高度, 在地面上找了A, B, C三點, 測得氣球的仰角都是 60° , 且 $BC=40$ 公尺, $\angle BAC=30^\circ$, 則氣球高度為下列哪一個選項?
 (A) $10\sqrt{3}$ 公尺 (B) $20\sqrt{3}$ 公尺 (C) $30\sqrt{3}$ 公尺 (D) $40\sqrt{3}$ 公尺。
- (C) 17. 平面坐標系上, 設圓 $C: (x-2)^2+(y-4)^2=9$, 自圓外一點 $p(3, 1)$ 作圓C的兩切線, 切點分別為A, B, 則 $\sin \angle APB$ 的值為下列哪一個選項?
 (A) $\frac{3}{\sqrt{10}}$ (B) $\frac{1}{\sqrt{10}}$ (C) $\frac{3}{5}$ (D) $\frac{4}{5}$
- (B) 18. 平面坐標系上, 設向量 $\vec{a}=(-3, 1)$, $\vec{b}=(-1, 2)$, 已知 $(\vec{a}+t\vec{b}) \perp \vec{a}$, 則實數t的值為下列哪一個選項?
 (A) -1 (B) -2 (C) 1 (D) 2。
- (A) 19. 平面坐標系上, 由向量 $\vec{u}=(9, 5)$ 與 $\vec{v}=(2, 7)$ 所張出的平行四邊形面積為下列哪一個選項?
 (A) 53 (B) 55 (C) 57 (D) 59。
- (C) 20. 空間坐標系中, 已知 $A(2, 5, 4)$, $B(6, 4, 5)$, $C(3, 6, 4)$, 則 $\angle BAC$ 的角度為下列哪一個選項?
 (A) 30° (B) 45° (C) 60° (D) 90°
- (D) 21. 空間坐標系中, 由三向量 $\vec{a}=(4, 4, 2)$, $\vec{b}=(4, -2, 2)$, $\vec{c}=(2, 6, 2)$ 所張出之平行六面體的體積為下列哪一個選項?
 (A) 12 (B) 16 (C) 18 (D) 24。
- (B) 22. 空間坐標系中, 平面E通過 $A(1, 0, 0)$, $B(0, 1, 0)$, $C(0, 0, 2)$ 三點, 則原點 $O(0, 0, 0)$ 到E的距離為下列哪一個選項?
 (A) $\frac{1}{3}$ (B) $\frac{2}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{3}{4}$
- (A) 23. 已知聯立方程式
$$\begin{cases} -2x+y-z=3 \\ x+2y+3z=1 \\ -x+ay+2z=b \end{cases}$$
 有無限多組解, 則數對(a, b)為下列哪一個選項?
 (A) (3, 4) (B) (3, 5) (C) (3, 6) (D) (3, 7)
- (D) 24. 小明經常作罰球線投籃練習, 根據過去經驗可知:若小明這次罰球投進, 下次罰球也投進的機率為0.8;若這次罰球沒投進, 下次罰球也沒投進的機率為0.6。則長期而言(達到穩定狀態時)小明罰球投進的機率為下列哪一個選項?
 (A) $\frac{1}{2}$ (B) $\frac{1}{3}$ (C) $\frac{1}{4}$ (D) $\frac{2}{3}$
- (B) 25. 平面坐標系上, 拋物線 $x^2+2x+4y=11$ 的焦點坐標為下列哪一個選項?
 (A) (-1, 1) (B) (-1, 2) (C) (-1, 3) (D) (-1, 4)
- (C) 26. 平面坐標系上, 已知
$$\sqrt{x^2+(y-3)^2} + \sqrt{x^2+(y+3)^2}$$
 的圖形是一個橢圓, 則下列哪一個選項正確?
 (A) (0, 3)為中心 (B) (0, 0)為焦點 (C) 長軸之長度為10 (D) 長軸在x軸上。

- (B) 27. 甲、乙、丙三人射擊的命中率分別為 $\frac{1}{2}$ 、 $\frac{1}{3}$ 、 $\frac{1}{4}$ ，且三人命中靶面的事件均為獨立事件，今三人同射一靶，每人各射一發，則靶面恰中一發的機率為下列哪一個選項？
 (A) $\frac{7}{24}$ (B) $\frac{11}{24}$ (C) $\frac{3}{8}$ (D) $\frac{5}{8}$
- (A) 28. 丟1枚均勻(正面與反面出現的機率相同)的硬幣400次，則正面出現次數的變異數為下列哪一個選項？
 (A)100 (B)200 (C)10 (D)50。
- (A) 29. 已知某扇形的圓心角為 $\frac{\pi}{4}$ 弧度，弧長為 3π ，則此扇形的面積為下列哪一個選項？
 (A) 18π (B) 27π (C) 36π (D) 54π 。
- (D) 30. 平面坐標系上，關於 $y=\sin\left(\frac{1}{2}x\right)$ 圖形的敘述，下列哪一個選項正確？
 (A)Y的最大值為 $\frac{1}{2}$ (B)y的最小值為-2
 (C)沒有通過原點(0, 0) (D)週期為 4π 。

貳、多重選擇題：

一、共十題，題號自第 31 題至第 40 題，每題四分，計四十分。

二、每題五個選項各自獨立其中至少有一個選項是正確的，每題皆不倒扣，五個選項全部答對得該題全部分數，只錯一個選項可得一半分數，錯兩個或兩個以上選項不給分。

三、請將正確答案以 2 B 鉛筆劃記於答案卡內。

- (A) 31. 設 $a=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5+2}}$ ， $b=\frac{\sqrt{5}}{\sqrt{5-2}}$ ，請選出正確的選項。
 (D) (E) (A) $a+b=10$ (B) $ab=10$ (C) $\frac{1}{a}+\frac{1}{b}=10$ (D) $a^2+b^2=90$ (E) $a^3+b^3=850$
- (B) 32. 在下列各選項中，請選出方程式 $2x^3+x^2-8x-4=0$ 全部的有理根。
 (D) (E) (A)1 (B)2 (C)-1 (D)-2 (E) $-\frac{1}{2}$
- (A) 33. 平面坐標系上，關於 $y=2^x$ 的圖形與其他函數圖形之間的對稱關係，請選出正確的選項。
 (B) (C) (A) $y=2^x$ 的圖形與 $y=-2^x$ 的圖形互相對稱於x軸
 (B) $y=2^x$ 的圖形與 $y=\left(\frac{1}{2}\right)^x$ 的圖形互相對稱於y軸
 (C) $y=2^x$ 的圖形與 $y=\log_2 x$ 的圖形互相對稱於直線 $y=x$
 (D) $y=2^x$ 的圖形與 $y=\log_{\frac{1}{2}} x$ 的圖形互相對稱於直線 $y=x$
 (E) $y=2^x$ 的圖形與 $y=x^2$ 的圖形互相對稱於直線 $y=x$ 。
- (B) 34. 關於 $\left(x+\frac{3}{x}\right)^6$ 的展開式中的各項係數，請選出正確的選項。
 (D) (E) (A) x^6 項之係數為6 (B) x^5 項之係數為0 (C) x^4 項之係數為30
 (D) x^2 項之係數為135 (E)常數項為90。
- (A) 35. 某班學生某次數學期中考成績不佳，平均數為30分，標準差為12分，老師決定將成績以 $y=ax+b$ 的方式調整，其中x為原分數，y為調整後分數，a為正數;成績調整後平均數為50分，

標準差為6分，請選出正確的選項。

(A) $a = \frac{1}{2}$

(B) $a = 2$

(C) $b = 20$

(D) 原來考40分的學生調整後變成60分

(E) 調整後變成65分的學生原來考60分。

(B) 36. 平面坐標系上，設 $P(-6, 8)$ ， O 為原點，若 \overline{OP} 與 x 軸正向的夾角為 θ ，請選出正確的選項。

(C) (A) $\sin \theta = -\frac{4}{5}$ (B) $\cos \theta = -\frac{3}{5}$ (C) $\tan \theta = -\frac{4}{3}$ (D) $\cot \theta = -\frac{3}{4}$ (E) $\sec \theta = -\frac{5}{3}$

(D)

(B) 37. 已知 x, y 滿足聯立不等式 $\begin{cases} -6 \leq 2x - 3y \leq 2 \\ 2 \leq 2x + y \leq 10 \end{cases}$ ，求 $x - 2y$ 的最大值與最小值，請選出正確的選項。

(C) (A) 最大值為0 (B) 最大值為1 (C) 最小值為-5 (D) 最小值為-4 (E) 最小值為-3。

(C) 38. 已知實數 x, y 滿足 $x^2 + y^2 = 100$ ，求 $3x - 4y$ 的最大值與最小值，並分別求達到最大值與最小值時 x 與 y 的值，請選出正確的選項。

(D) (A) 最大值為2500 (B) 最小值為50 (C) 最小值為-50

(E) (D) 達最大值時 $x = 6$ (E) 達最大值時 $y = -8$ 。

(A) 39. 空間坐標系中，通過 $A(0, 1, 2)$ ， $B(-2, 3, 0)$ 兩點之直線，也會通過下列哪些點？

(B) (A) $(-1, 2, 1)$ (B) $(-3, 4, -1)$ (C) $(1, 0, 3)$

(C) (D) $(-10, 11, -8)$ (E) $(-100, 101, -98)$ 。

(D)

(E)

(B) 40. 已知矩陣 $A = \begin{bmatrix} 5 & 6 \\ 7 & 8 \end{bmatrix}$ ， $B = \begin{bmatrix} 9 & -4 \\ -8 & 7 \end{bmatrix}$ ， $C = \begin{bmatrix} 9 & 2 \\ 5 & 7 \end{bmatrix}$ ，請選出正確的選項。

(C) (A) $AB = BA$

(E) (B) $AA^{-1} = A^{-1}A$

(C) $(AB)C = A(BC)$

(D) $(A+B)(A-B) = A^2 - B^2$

(E) $(ABA^{-1})^{10} = AB^{10}A^{-1}$