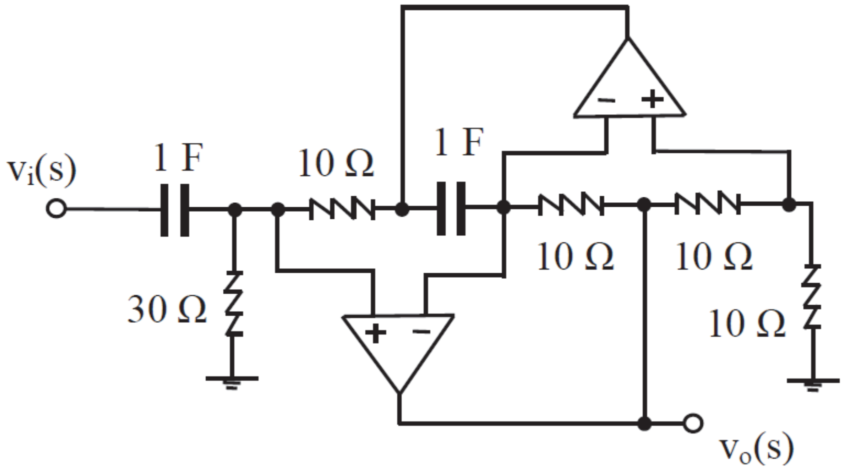
105 年特種考試交通事業鐵路人員考試試題

等　別：高員三級鐵路人員考試
類 科 別：電力工程、電子工程
科　目：電路學

一、求圖一電路的傳輸函數（transfer function）T(s) = $V_0(s)/V_i(s)$。（12 分）此電路之共振角頻率（resonance angular frequency）及品質因數（quality factor）Q 之值為何？（8 分）



圖一

【擬答】

OPA 的輸入端電壓均為 $V_0\times\dfrac{10}{10+10}=\dfrac{1}{2}V_0$

(1)第 2 個 OPA 的輸出為 $\dfrac{1}{2}V_0-\dfrac{1}{2}V_0\times\dfrac{\frac{1}{s}}{10}=V_0\times\dfrac{10s-1}{20s}$

(2)利用左邊之節點寫出 KCL 方程式如下：

$$\frac{1}{2}V_0=\left[sV_i+\frac{1}{10}\times V_0\times\frac{10s-1}{20s}\right]\times\frac{30}{30s+4}\Rightarrow V_0=\left[sV_i+V_0\times\frac{10s-1}{200s}\right]\times\frac{30}{15s+2}$$

則

$$(15s+2)V_0=30sV_i+\frac{30s-3}{20s}V_0\Rightarrow V_0\times\left[(15s+2)-\frac{30s-3}{20s}\right]=30sV_i$$

$$\Rightarrow V_0\times\frac{300s^2+10s+3}{20s}=30sV_i$$

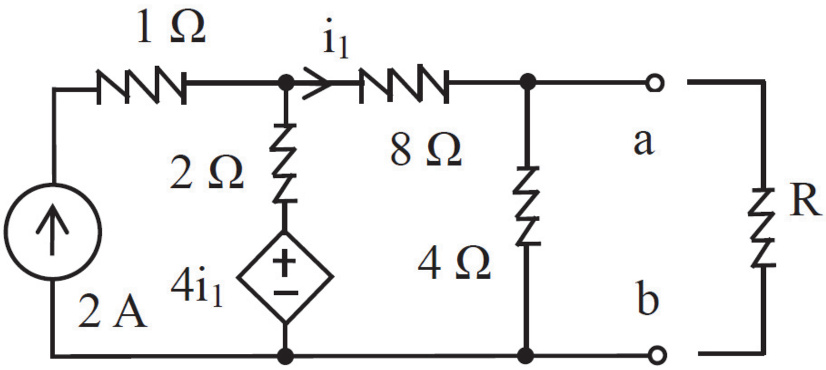
$$\therefore T(s)=\frac{V_0(s)}{V_i(s)}=\frac{600s^2}{300s^2+10s+3}=\frac{2s^2}{s^2+\frac{1}{30}s+\frac{1}{100}}$$

(3)分母特徵方程式為 $s^2+\dfrac{1}{30}s+\dfrac{1}{100}$，型如 $s^2+\dfrac{\omega_0}{Q}s+\omega_0^2$，則

$$\omega_0^2=\frac{1}{100}\Rightarrow\omega_0=\frac{1}{10}$$

$$\frac{\omega_0}{Q}=\frac{1}{30}\Rightarrow\frac{\frac{1}{10}}{Q}=\frac{1}{30}\Rightarrow Q=3$$

二、㈠請畫出圖二 a 與 b 端點間之諾頓等效電路。(16 分)
　㈡將電阻 R 接於 a 與 b 端點,若要把最大功率傳送至電阻 R,請問電阻值 R 應設計為多少?(4 分)



圖二

【擬答】
㈠使用驅動阻抗法,在 a、b 端外加V_T,流出電流I_T,則

$$I_T + i_1 = \frac{V_T}{4} ------(1)$$

$$2 = i_1 + \frac{V_T + 8i_1 - 4i_1}{2} = \frac{1}{2}V_T + 3i_1 ----(2)$$

因此

$$2 = \frac{1}{2}V_T + 3\times\left(\frac{V_T}{4} - I_T\right) = \frac{5}{4}V_T - 3I_T \Rightarrow V_T = \frac{12}{5}I_T + \frac{8}{5}$$

故

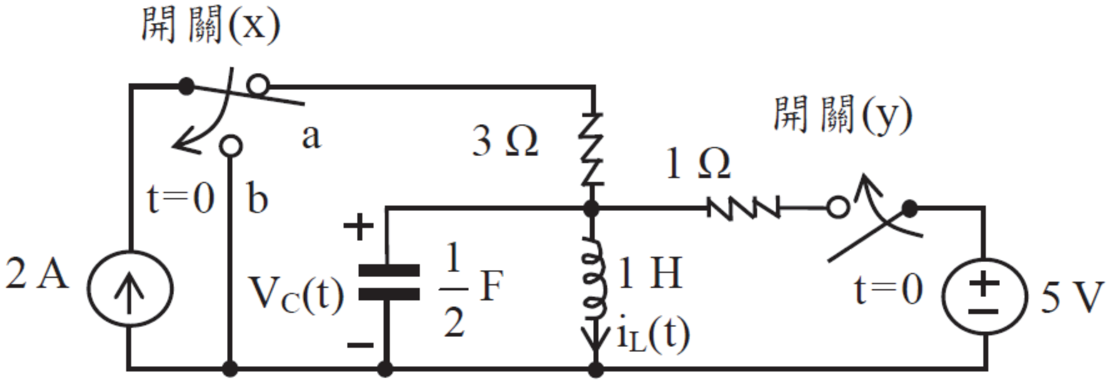
$$E_{th} = \frac{8}{5}V; R_{th} = \frac{12}{5}\Omega \Rightarrow I_N = \frac{E_{th}}{R_{th}} = \frac{\frac{8}{5}}{\frac{12}{5}} = \frac{2}{3}A$$

㈡欲得最大功率轉移,此時$R = R_{th} = \dfrac{12}{5}\Omega$

三、如圖三之電路，開關(x)已經閉合在“a”一段很長時間。而在時間 0 時，開關(x)瞬間移動到“b”，而開關(y)瞬間關上。

㈠求出 iL(t)之微分方程。（8 分）

㈡求出 iL(t)之時域解。（12 分）



圖三

【擬答】

在 $t<0$ 時，開關 x 在 a，開關 y 打開，此時已達穩態，故電感短路，電容開路，則

$i_L\left(0^-\right)=2A$

$V_C\left(0^-\right)=0V$

㈠在 $t>0$ 時，開關 x 在 b，開關 y 閉合：列出 KCL 式子如下

$$5-\frac{di_L}{dt}=i_L+\frac{1}{2}\frac{d^2i_L}{dt^2}\Rightarrow\frac{1}{2}\frac{d^2i_L}{dt^2}+\frac{di_L}{dt}+i_L=5$$

$$\therefore\frac{d^2i_L}{dt^2}+2\frac{di_L}{dt}+2i_L=10$$

㈡求解如下：

⑴通解：$\dfrac{d^2i_L}{dt^2}+2\dfrac{di_L}{dt}+2i_L=0$

$$D^2+2D+2=0\Rightarrow(D+1)^2=-1\Rightarrow D=-1\pm j$$

$$i_{Lg}(t)=e^{-t}\times\left(C_1\cos t+C_2\sin t\right)$$

⑵特解：令 $i_{Lp}=C$ 代入，則 $i_L(\infty)=5$

⑶全解：$i_L(t)=5+e^{-t}\times\left(C_1\cos t+C_2\sin t\right)$

⑷邊界條件如下：

$i_L\left(0^-\right)=2A$; $\dfrac{di_L}{dt}\left(0^+\right)=0A/s$

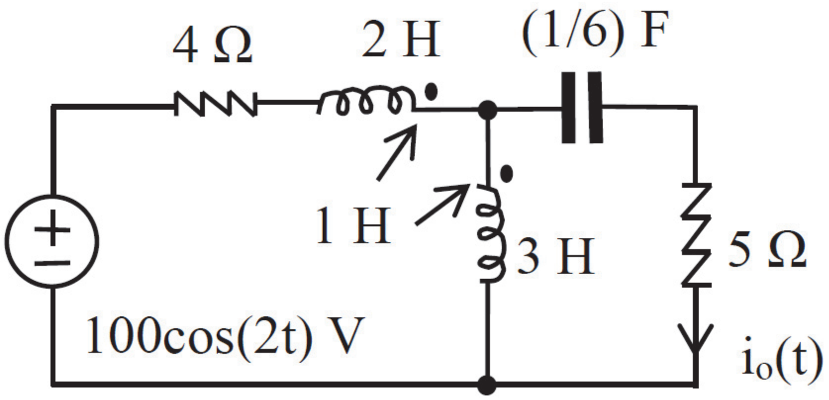
則

$$i_L\left(0^-\right)=2A\Rightarrow 5+C_1=2\Rightarrow C_1=-3$$

$$\frac{di_L}{dt}\left(0^+\right)=0A/s\Rightarrow -C_1+C_2=0\Rightarrow C_2=-3$$

⑸時域解為 $i_L(t)=5-3e^{-t}\times\left(\cos t+\sin t\right)$

四、如圖四之電路圖，輸入為弦波，當電路處於穩態時，算出 $i_0(t)$之穩態響應。（以小數表示答案）（20 分）



圖四

【擬答】

⑴耦合矩陣寫法為 $\begin{bmatrix} V_1 \\ (5-j3)I_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j4 & j2 \\ j2 & j6 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_1 \\ -I_1 - I_0 \end{bmatrix}$

則

$V_1 = j2I_1 - j2I_0$

$(5-j3)I_0 = -j4I_1 - j6I_0 \Rightarrow (5+j3)I_0 = -j4I_1$

⑵列出 KVL 方程式如下：

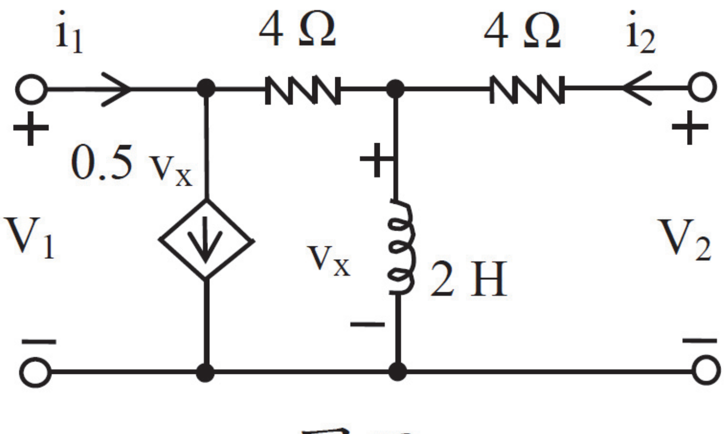
$(5-j3)I_0 = 100\angle 0^0 + 4I_1 + (j2I_1 - j2I_0) = 100\angle 0^0 + (4+j2)I_1 - j2I_0$

$\Rightarrow (5-j)I_0 - (4+j2)I_1 = 100\angle 0^0$

$\Rightarrow I_0 \times \left[(5-j) - (4+j2) \times \dfrac{5+j3}{-j4}\right] = I_0 \times \left[\dfrac{21-j9}{2}\right] = 100\angle 0^0$

$\therefore I_0 = \dfrac{200}{3} \times \dfrac{1}{7-j3} = 8.754\angle 23.2^0 \Rightarrow i_0(t) = 8.754\cos(2t + 23.2^0)$

五、計算圖五雙埠電路之 T 參數(傳輸參數),以 s 之函數表示之。(20 分)



圖五

【擬答】

⑴第 1 條方程式如下所示:

$$i_1-\frac{1}{2}V_x+i_2=\frac{V_x}{2s}\Rightarrow i_1+i_2=V_x\times\frac{s+1}{2s}$$

$$V_x=V_2-4i_2$$

$$\therefore i_1+i_2=\left(V_2-4i_2\right)\times\frac{s+1}{2s}\Rightarrow V_2=\frac{2s}{s+1}i_1+\frac{6s+4}{s+1}i_2$$

⑵第 2 條方程式如下所示:

$$V_2-4i_2=V_1-4\times\left[i_1-0.5V_x\right]=V_1-4i_1+2V_x$$

$$\therefore V_2-4i_2=V_1-4i_1+2\times\left(V_2-4i_2\right)=V_1+2V_2-4i_1-8i_2$$

$$\Rightarrow V_1+V_2=4i_1+4i_2$$

⑶型如 $\begin{bmatrix}V_1\\I_1\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}A&B\\C&D\end{bmatrix}\begin{bmatrix}V_2\\-I_2\end{bmatrix}$,則

$$I_1=\frac{s+1}{2s}V_2+\frac{6s+4}{2s}\times\left(-I_2\right)\text{--------------------⑴式}$$

$$V_1=-V_2+4I_1+4I_2=-V_2+4\times\left[\frac{s+1}{2s}V_2+\frac{6s+4}{2s}\times\left(-I_2\right)\right]+4I_2$$

$$\Rightarrow V_1=\frac{s+2}{s}V_2+\frac{8s+8}{s}\times\left(-I_2\right)$$

所以 $\left[T\right]=\begin{bmatrix}\dfrac{s+2}{s}&\dfrac{8s+8}{s}\\\dfrac{s+1}{2s}&\dfrac{6s+4}{2s}\end{bmatrix}$