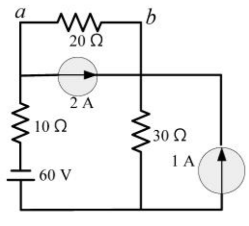
104 年公務人員特種考試關務人員考試、104 年公務人員特種考試身心障礙人員考試及104年國軍上校以上軍官轉任公務人員考試試題

等　　別：四等考試
類　　科：電機工程
科　　目：基本電學

一、如圖一之電路，㈠求出 a，b 兩端之諾頓等效電路。㈡利用此等效電路求 a，b 兩端之電流值 I_{ab}。



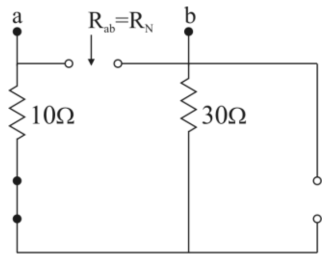
圖一

【擬答】：

命中京程～基本電學自修 P.269 題型

㈠欲求端點 a，b 元件拿掉

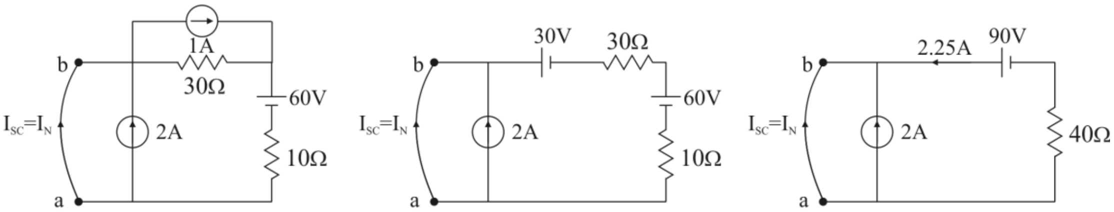
1. 求 R_{th} 時獨立電壓源短路，獨立電流源開路，即 $R_{ab} = R_N$



$R_{ab} = R_N = 10 + 30 = 40(\Omega)$

2. 求 I_N 時，將 a，b 兩端點短路，兩端點短路，$I_{SC} = I_N = I_{ab}$

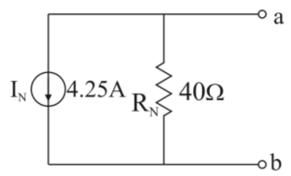
利用電源化簡如下圖所示(a)、(b)、(c)



(a)　(b)　(c)

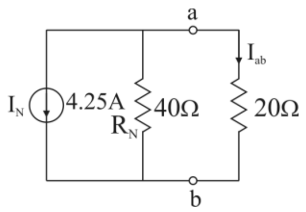
故 $I_{SC} = I_N - (2 + 2.25) = -4.25(A)$

3. 故諾頓等效電路如下圖所示：



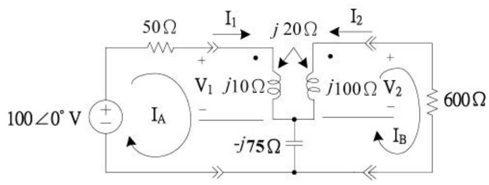
㈡求 I_{ab} 電流值：

所求元件 20Ω放回 a、b 兩端點諾頓等效電路中，如下圖所示：



故 $I_{ab} = -\ I_N \times \dfrac{R_N}{R_N + R_{ab}} = -\ 4.25 \times \dfrac{40}{40+20} = -\ 2.833(A)$

二、如圖二之電路，求出 I_A，I_B，V_1，V_2，以及由電源端看到的輸入阻抗 Z_{IN}。



圖二

【擬答】：

命中京程～課堂補充講義（完全命中）

技巧～電感耦合電路，有互感關係，利用網目電流法求解較快捷，注意 $\bar{I}_B$ 電流與 $\bar{I}_2$ 相反

㈠列網目矩陣方程：

$$\begin{bmatrix} 50-j65 & j55 \\ j55 & 600+j25 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \bar{I}_A \\ \bar{I}_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 100\angle 0^\circ \\ 0 \end{bmatrix}$$

利用克拉碼法則求網目電流 $\bar{I}_A$ 、 $\bar{I}_B$ ：

$$\bar{I}_A = \frac{\begin{bmatrix} 100 & j55 \\ 0 & 600+j25 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 50-j65 & j55 \\ j55 & 600+j25 \end{bmatrix}} = \frac{60000+j2500}{30000+j1250-j39000+3025} = \frac{60000+j2500}{34650-j37750}$$

$$= \frac{60052.061\angle 2.386^\circ}{51241.438\angle -47.452^\circ} = 1.172\angle 49.83^\circ$$

$$\bar{I}_B = \frac{\begin{bmatrix} 50-j65 & 100 \\ j55 & 0 \end{bmatrix}}{\begin{bmatrix} 50-j65 & j55 \\ j55 & 600+j25 \end{bmatrix}} = \frac{0-(100\times j55)}{51241.438\angle -47.452^\circ} = \frac{5500\angle -90^\circ}{51241.438\angle -47.452^\circ}$$

$= 0.1073\angle -42.548°(A)$

㈡ $\overline{V}_1 = j\omega L_1 \bar{I}_A + (-j\omega M)\bar{I}_B$

$= (j10 \times 1.172\angle 49.838°) + (-j20 \times 0.1073\angle -42.548°)$

$= 11.72\angle 139.838° + 2.146\angle -132$

$= -8.957 + j7.559 - 1.451 - j1.581$

$= -10.408 + j5.978$

$= 12.003\angle 150.128°(V) \approx 12\angle 150°(V)$

$\overline{V}_2 = -(j100\bar{I}_B - j20\bar{I}_A)$

$= -(100\angle 90° \times 0.1073\angle -42.548° + (20\angle -90° \times 1.172\angle 49.838°)$

$= -(10.73\angle 47.452 + 23.44\angle -40.162)$

$= -(7.256 + j7.905 + 17.913 - j15.118)$

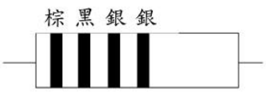
$= -(25.169 - j7.213) = -25.169 + j7.213 = 26.182\angle 164.01°(V)$

㈢ $Z_{IN} = \dfrac{\overline{V}_S}{\bar{I}_A} = \dfrac{100\angle 0°}{1.172\angle 49.838°} = 85.324\angle -49.838°(\Omega)$

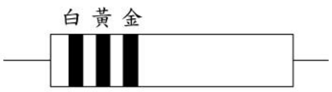
三、㈠如圖三(a)與圖三(b)，寫出兩電阻可能的範圍值。（5 分）

㈡試由左而右，寫出下列各電阻數的色碼：$R_A = 380\Omega \pm 20\%$，$R_B = 10\Omega \pm 5\%$。

㈢已知鋁的電導係數$\rho = 2.826 \times 10^{-8}(\Omega\text{-m})$，試求面積為 1 平方毫米，長度為 1 公里的電阻及電導。



圖三(a)

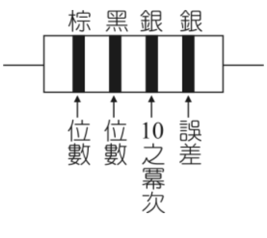


圖三(b)

【擬答】：

命中京程～基本電學自修 P.49 題型

㈠圖三(a)色碼範圍值：

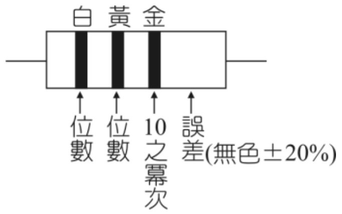


依據四色碼電阻相對應表得知：

$R_{(四色碼)} = 10 \times 10^{-2} \pm 10\%(a) = 0.1 \pm 10\%(\Omega)$

故 $R_{(四色碼)}$電阻可能範圍為 0.11(Ω)～0.09(Ω)

圖三(b)色碼範圍值：

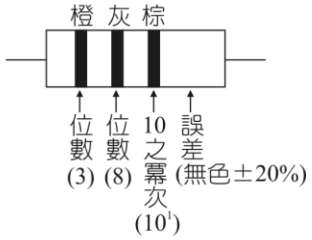


依據四色碼電阻相對應表得知：

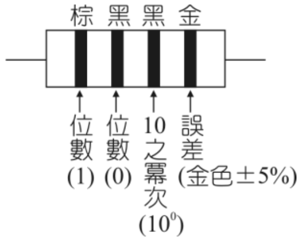
$R_{(四色碼)} = 94 \times 10^{-1} \pm 20\%(\Omega) = 9.4 \pm 20\%(\Omega)$

故 $R_{(四色碼)}$電阻可能範圍為 11.28(Ω)～7.52(Ω)

㈡ $R_A = 380(\Omega) \pm 20\% \Rightarrow$ 橙灰棕



$R_B = 10(\Omega) \pm 5\% \Rightarrow$ 棕黑黑金



㈢ $R = \rho \dfrac{\ell}{A} = 2.826 \times 10^{-8} \times \dfrac{1\times10^{3}}{(1\times10^{-3})^{2}} = 28.26(\Omega)$

$G = \dfrac{1}{R} = \dfrac{1}{28.26} = 0.0354(\mho)$

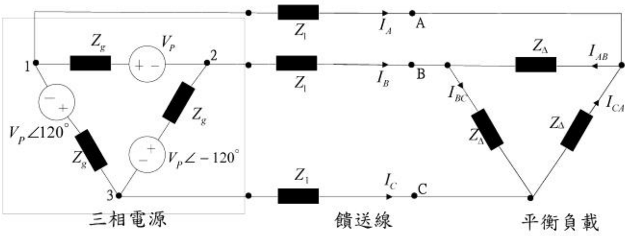
四、如圖四之Δ－Δ電路，已知電壓源 $V_P = 180\angle0°$伏特（rms），電源阻抗 $Z_g = 0.15 + j0.45 = 0.474\angle71.56°\Omega$，負載阻抗 $Z_\Delta = 12 + j9 = 15\angle36.87°\Omega$，饋線阻抗 $Z_1 = 0.1 + j0.2 = 0.224\angle64.43°\Omega$。試求：

㈠ I_A，I_B，與 I_C。

㈡ I_{AB}，I_{BC}，與 I_{CA}。

㈢ V_{AB}，V_{BC}，與 V_{CA}。

㈣饋送到負載的全部平均功率。



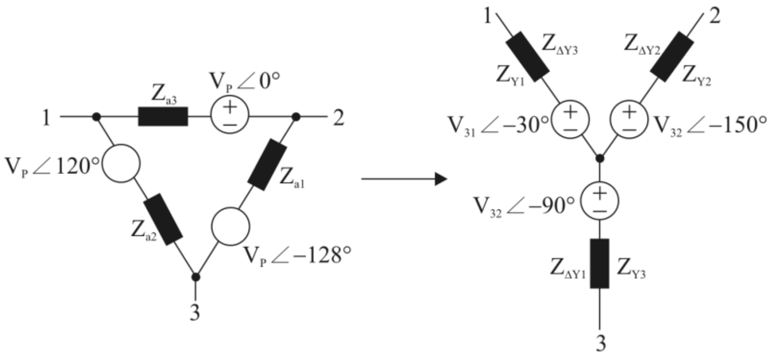
圖四

【擬答】:

命中京程～基本電學自修 P.504 範例題型

技巧：將Δ－Δ→Y － Y 電路，單相解之，三相電源部份，阻抗與電壓源分開來看特性有二：

$$\begin{cases}(1)Z_{SY}=\dfrac{Z_{S\Delta}}{3}\\(2)V_{aN}=\dfrac{V_{ab}}{\sqrt{3}}\angle-30^\circ\end{cases}$$



$Z_{12} = Z_{Y1} + Z_{Y2} = (Z_{\Delta1} + Z_{\Delta2})//Z_{\Delta3}\cdots(1)$

$Z_{23} = Z_{Y2} + Z_{Y3} = (Z_{\Delta2} + Z_{\Delta3})//Z_{\Delta1}\cdots(2)$

$Z_{31} = Z_{Y1} + Z_{Y1} = (Z_{\Delta3} + Z_{\Delta1})//Z_{\Delta2}\cdots(3)$

將(1)、(2)、(3)式除 2→$Z_{Y1} + Z_{Y2} + Z_{Y3} = \dfrac{(Z_{\Delta1}\cdot Z_{\Delta2})+(Z_{\Delta2}\cdot Z_{\Delta3})+(Z_{\Delta3}\cdot Z_{\Delta1})}{Z_{\Delta1}+Z_{\Delta2}+Z_{\Delta3}}$ ……(4)

再將(4)－(2)式→$Z_{Y1} = \dfrac{Z_{\Delta2}\cdot Z_{\Delta3}}{Z_{\Delta1}+Z_{\Delta2}+Z_{\Delta3}}$

$$= \frac{(0.15+j0.45)+(0.15+j0.45)}{(0.15+j0.45)+(0.15+j0.45)+(0.15+j0.45)}$$

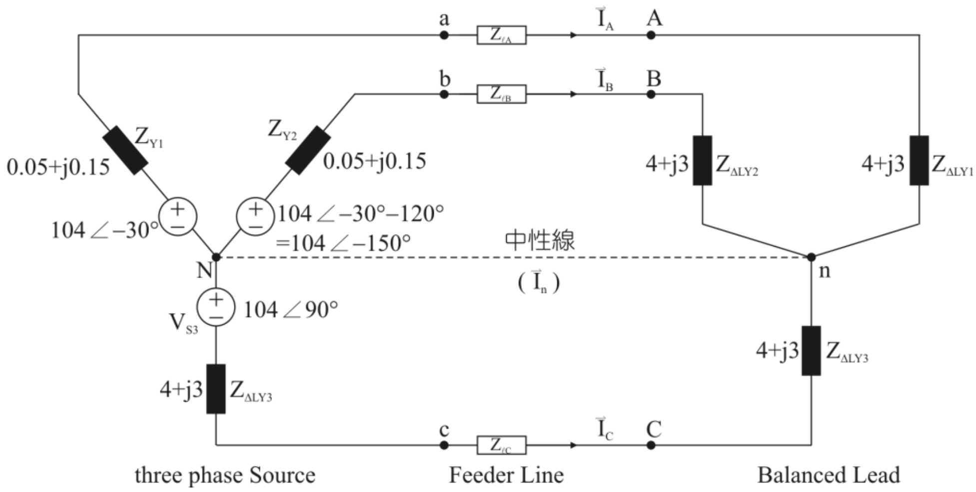
$$= 0.05 + j0.15(\Omega)$$

電源阻抗：$Z_{\Delta1}/3 = Z_g/3 = \dfrac{0.15+j0.45}{3} = 0.05 + j0.15 = 0.158\angle 71.56^\circ(\Omega)$；

$$|V_1| = \frac{|\overline{V}_P|}{\sqrt{3}} = \frac{180}{\sqrt{3}} = 104(V)$$

同理載阻抗 $Z_{\Delta LY1} = Z_{L\Delta1}/3 = \dfrac{12+j9}{3} = 4 + j3 = 5\angle 36.87^\circ(\Omega)$

將原圖之Δ－Δ→Y － Y 電路，單相解之：



㈠該電源為三相平衡正相序，且饋線阻抗，負載阻抗皆相同，平衡時 $I_n = 0$，故可單相解之：

1. $\bar{I}_A = \dfrac{\bar{V}_{S1}}{Z_{gY1} + Z_{LY1} + Z_{\ell A}} = \dfrac{180/\sqrt{3}\angle -30°}{(0.05 + j0.15) + (4 + j3) + (0.1 + j0.2)} = \dfrac{103.926\angle -30°}{4.15 + j3.35}$

$= \dfrac{103.926\angle -30°}{5.33\angle 38.91°} = 19.498\angle -68.91°(A)$

2. $\bar{I}_B = \dfrac{\bar{V}_{S2}}{Z_{gY2} + Z_{LY2} + Z_{\ell B}} = \dfrac{180/\sqrt{3}\angle -30° + 120°}{4.15 + j3.35} = \dfrac{103.926\angle -150°}{5.33\angle 38.91°}$

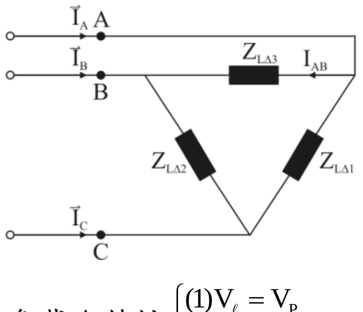
$= 19.498\angle -188.91°(A)$

3. $\bar{I}_C = \dfrac{\bar{V}_{S3}}{Z_{gY3} + Z_{LY3} + Z_{\ell C}} = \dfrac{180/\sqrt{3}\angle -30° + 120°}{4.15 + j3.35} = \dfrac{103.926\angle -90°}{5.33\angle 38.91°}$

$= 19.498\angle 51.09°(A)$

故全部線電流 $\bar{I}_A$、$\bar{I}_B$、$\bar{I}_C$ 大小值皆 19.498(A)，角度各差 120°

㈡



負載Δ特性 $\begin{cases} (1) V_\ell = V_P \\ (2) |I_\ell| = \sqrt{3}|I_P|\text{，相角差lag 30(for正序)} \end{cases}$

1. $\bar{I}_{AB} = \dfrac{\bar{I}_A}{\sqrt{3}\angle -30°} = \dfrac{19.498\angle -68.91°}{\sqrt{3}\angle -30°} = 11.25\angle -38.91°(A)$

2. $\bar{I}_{BC} = \dfrac{\bar{I}_B}{\sqrt{3}\angle -30°} = 11.25\angle -38.91° - 120° = 11.25\angle -158.91°(A)$

3. $\bar{I}_{CA} = \dfrac{\bar{I}_C}{\sqrt{3}\angle -30°} = 11.25\angle -38.91° + 120° = 11.25\angle 81.09°(A)$

㈢ $\bar{V}_{An} = \bar{Z} \times \bar{I}_A = 5\angle 36.87° \times 19.498\angle -188.91° = 97.49\angle -152.04°(A)$

1. $\bar{V}_{AB} = \bar{V}_{An} - \bar{V}_{Bn} = \sqrt{3}\bar{V}_{An}\angle 30° = \sqrt{3} \times 97.49\angle -32.04°$

$= 168\angle -2.04°(V)$

$\bar{V}_{Bn} = \bar{Z} \times \bar{I}_B = 5\angle 36.87° \times 19.498\angle -188.91° = 97.49\angle -152.04°(V)$

2. $\bar{V}_{BC} = \bar{V}_{Bn} - V_{Cn} = \sqrt{3}\bar{V}_{Bn}\angle 30° = \sqrt{3} \times 97.49\angle -152.04°$

$= 168\angle -122.04°$

3. $\bar{V}_{Cn} = \bar{Z} \times \bar{I}_C = 5\angle 36.87° \times 19.498\angle 51.09° = 97.49\angle 87.96°(V)$

$\bar{V}_{CA} = \bar{V}_{Cn} - V_{An} = \sqrt{3}\bar{V}_{Cn}\angle 30° = \sqrt{3} \times 97.49\angle 87.96°$

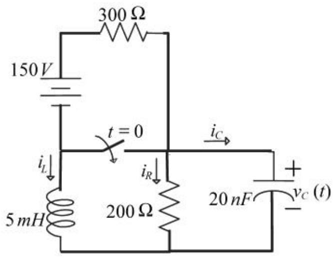
$= 168\angle 117.96°(V)$

㈣ $V_{Z\Delta LY1} = |\bar{I}_A| \times |\bar{Z}| = 19.498 \times 5 = 97.49(V)$

$P_{A(14)} = P_{B(14)} = P_{C(14)} = 97.49 \times 19.498 \times \cos(-30 + 68.91) = 1479.123(W)$

故 $P_{avg(14)} = 3P_{A(14)} = 3 \times 1479.123 = 4437.369(W)$

五、如圖五之電路，試求出 t = 0（關閉）後的 $v_C(t)$。



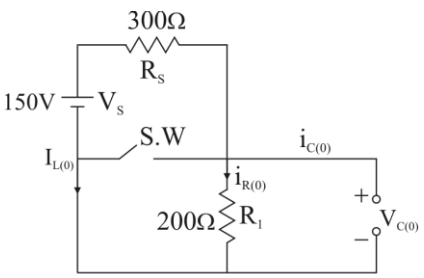
圖五

【擬答】：

命中京程～基本電學自修 P.672 類題

技巧：本題亦可用 Laplace 來解，較快捷

㈠當 S.W 來動作前已達穩態（Steady State）對於電感器兩端電壓 $V_L = 0$，L →short 電容器電流 $I_C = 0$，C→open，如下圖所示：

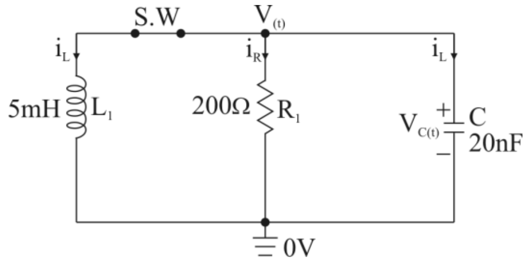


$i_{R(0)} = \dfrac{V_S}{R_S + R_1} = \dfrac{150}{300 + 200} = 0.3(A)$

$i_{L(0)} = -i_{R(0)} = -0.3(A)$(與電阻電流方向相反)

$V_{C(0)} = V_{R(0)} = V_S \times \dfrac{R_1}{R_S + R_1} = 150 \times \dfrac{200}{300 + 200} = 60(V)$

㈡當 S.W close 時，如下圖所示：



若以 $V_{(t)}$為變數項，利用 KCL 則：

$$\Sigma I_T = 0 \rightarrow i_L + i_R + i_C = 0 = \frac{1}{L_1}\int_0^t V_{(t)}dt + I_0 + \frac{V_{(t)}}{R_1} + C\frac{dV_{(t)}}{dt} = 0$$

對 t 微分（$\frac{d}{dt}$）則：

$$\frac{V_{(t)}}{L_1} + \frac{1}{R_1}\frac{dV_{(t)}}{dt} + C\frac{d^2V_{(t)}}{dt} = 0$$

對上式除以 C 值整理：

$$\frac{d^2V_{(t)}}{dt^2} + \frac{1}{R_1C}\frac{dV_{(t)}}{dt} + \frac{1}{L_1C}V_{(t)} = 0$$

∴將 $R_1L_1C_1$ 數值入則：

$$\frac{d^2V_{(t)}}{dt} + 250 \times 10^3\frac{dV_{(t)}}{dt} + 10000 \times 10^6 V(t)$$

特性方程式如下：

$S^2 + 250 \times 10^3 S + 10000 \times 10^6 = 0$

$\rightarrow (S + 50000)(S + 200000) = 0$

其解 $S_1 = -50 \times 10^3$，$S_2 = -200 \times 10^3$（相異實根）

此電路亦屬於過阻尼（over damped）

則 $V_{(t)} = C_1e^{S_1t} + C_2e^{S_2t}$（式中 C_1，C_2 非電容值）

∴$V(t) = C_1e^{-50\times10^3t} + C_2e^{-200\times10^3t}$ ⋯(1)式

$$\frac{dV_{(t)}}{dt} = -50 \times 10^3C_1e^{-50\times10^3t} - 200 \times 10^3C_2e^{-200\times10^3t}$$

$$\left.\frac{dV_{(t)}}{dt}\right|_{t=0} \rightarrow -50 \times 10^3C_1 - 200 \times 10^3C_2 = 0 \cdots ①$$

且 $V_{C(0)} = 60$，則 $60 = C_1 + C_2$⋯②

將①、②解聯立

$$\begin{cases} -50\times10^3C_1 - 200\times10^3C_2 = 0 \cdots\cdots ① \\ C_1 + C_2 = 60 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots\cdots ② \end{cases}$$

$C_1 = 60 - C_2$ 代入①可得：

$-50 \times 10^3(60 - C_2) - 200 \times 10^3C_2 = 0$

$\rightarrow -3000\times10^{3}+50\times10^{3}C_2-200\times10^{3}C_2=0$

$\rightarrow C_2=\frac{3000\times10^{3}}{-150\times10^{3}}=-20$

將 C_2 代入②可得：

$C_1+(-20)=60 \rightarrow C_1=80$

將 C_1，C_2 代入(1)式

$\therefore$故 $V_{(t)}=V_{C(t)}=80e^{-50\times10^{3}t}-20e^{-200\times10^{3}t}$ (V)