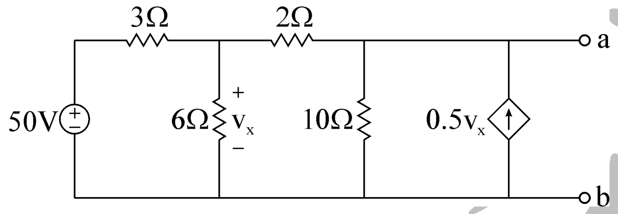
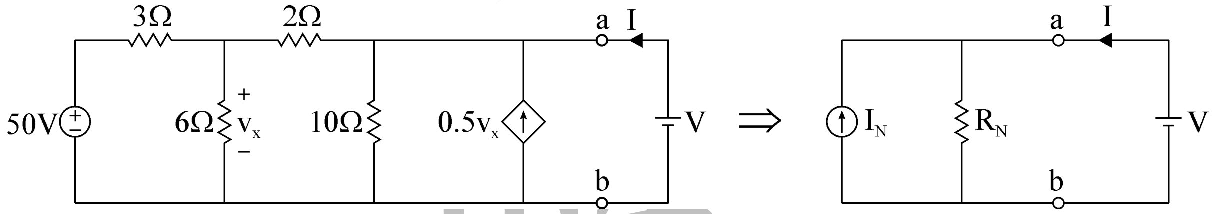
104 年公務人員升官等考試試題

等 別：薦任
類 科：電力工程、電子工程、電信工程
科 目：電路學

一、如下圖所示：
㈠請畫出其諾頓等效電路（Norton equivalent circuit）。
㈡找出一個於端點 a-b 間的最佳電阻值，使其從電路中吸收最大的功率。
㈢此功率為何？



【擬答】：
㈠利用驅動點電源法，則：



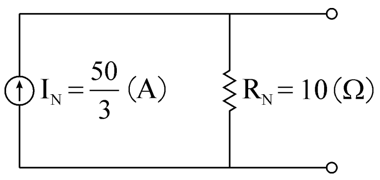
$$I + 0.5V_x = \frac{V}{10} + \frac{V-V_x}{2} \Rightarrow V_x = 0.6V - I$$

又 $\frac{V_x-50}{3} + \frac{V_x}{6} + \frac{V_x-V}{2} = 0 \Rightarrow 6V_x - 100 - 3V = 0$

故 $V = 10I + \frac{500}{3}$，$I = \frac{V}{10} - \frac{50}{3} = \frac{V}{R_N} - I_N$

$\therefore I_N = \frac{50}{3}$（A），$R_N = 10$（Ω）

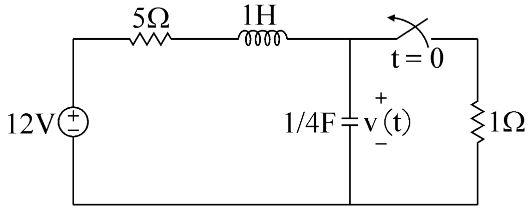
故諾頓等效電路如下所示：



㈡戴維寧等效電阻 $R_{th} = R_N = 10$（Ω），戴維寧等效電壓 $E_{th} = 500/3$（V）
當端點 a-b 間之電阻 $R = R_{th} = 10$（Ω）時，從電路中吸收最大功率

㈢此時之最大功率為 $P_{max} = \frac{E_{th}^2}{4R_{th}} = \frac{(\frac{500}{3})^2}{4\times 10} = \frac{6250}{9}$（W）

二、如下圖所示：
㈠試推導出 V(S)，這裡 V(S)是 v(t)的拉普拉斯轉換（Laplace transform）。
㈡試從 V(S)求出 v(t)，t ≥ 0。



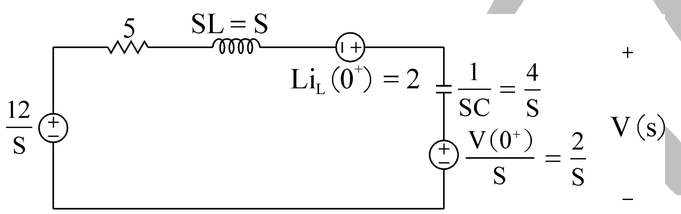
【擬答】：

㈠當 $t = 0^-$ 時，則電感視為短路，電容視為開路，

$$V(0^-) = 12 \times \frac{1}{5+1} = 2\ (V) = V(0^+),$$

$$i_L(0^-) = \frac{12}{5+1} = 2\ (A) = i_L(0^+)$$

當 $t \geq 0$ 時，則：



$$\frac{V(S)-\frac{2}{S}}{\frac{4}{S}} + \frac{V(S)-2-\frac{12}{S}}{S+5} = 0 \Rightarrow V(S) = \frac{2S^2+18S+48}{S(S+1)(S+4)}$$

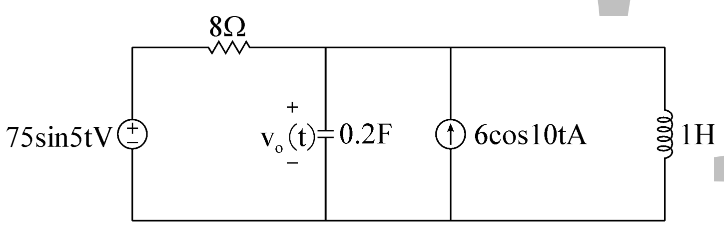
㈡ $$V(S) = \frac{2S^2+18S+48}{S(S+1)(S+4)} = \frac{12}{S} + \frac{-\frac{32}{3}}{S+1} + \frac{\frac{2}{3}}{S+4}$$

$$\therefore v(t) = 12 - \frac{32}{3}e^{-t} + \frac{2}{3}e^{-4t},\ t \geq 0$$

三、如下圖所示：

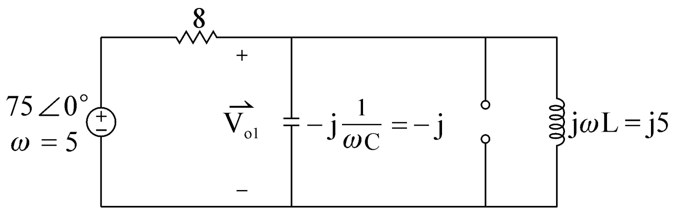
㈠請利用相量法（phasor method）求出 $v_o(t)$。

㈡並說明 $v_o(t)$與輸入電壓源間的增益（gain）與相位（phase）改變情形。



【擬答】：

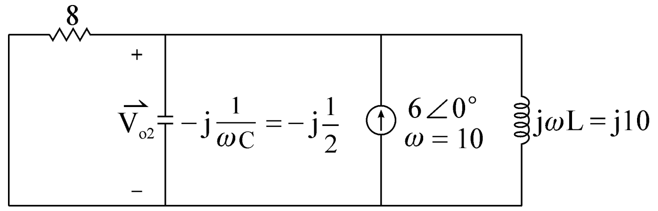
㈠當電壓源單獨作用時，電流源 6cos10t 視為開路，則：



$$\frac{\vec{V}_{o1}-75\angle 0^\circ}{8} + \frac{\vec{V}_{o1}}{-j} + \frac{\vec{V}_{o1}}{j5} = 0 \Rightarrow \vec{V}_{o1} = 11.58\angle -81.12^\circ$$

$$\therefore v_{o1}(t) = 11.58\sin(5t - 81.12^\circ)\ (V)$$

當電流源單獨作用時，電壓源 75sin5t 視為短路，則：



$$\frac{\vec{V}_{o2}}{8}+\frac{\vec{V}_{o2}}{-j\frac{1}{2}}+\frac{\vec{V}_{o2}}{j10}=6\angle 0° \Rightarrow \vec{V}_{o2}=3.151\angle -86.236°$$

$\therefore v_{o2}(t)=3.151\cos(10t-86.236°)$ （V）

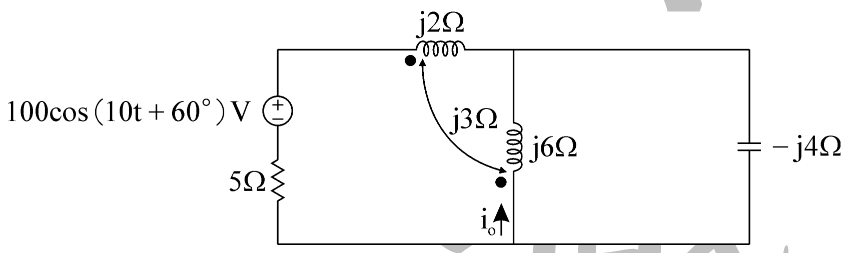
$\therefore v_o(t)=v_{o1}(t)+v_{o2}(t)=11.58\sin(5t-81.12°)+3.151\cos(10t-86.236°)$ （V）

㈡當輸入電壓源為 $v_s(t)=75\sin 5t$ 時，輸出 $v_o(t)=11.58\sin(5t-81.12°)$，即：

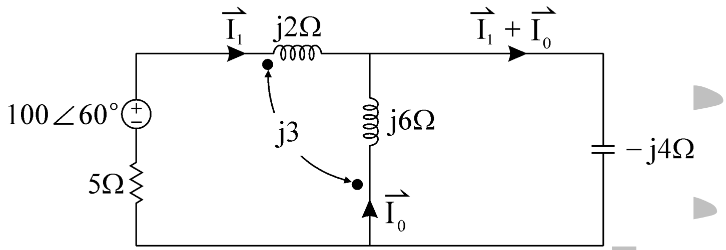
增益為 $\frac{|\vec{V}_o|}{|\vec{V}_s|}=\frac{11.58}{75}=0.1544$，而相位為 $v_o(t)$ 落後輸入電壓源 81.12°

若考慮所有電源作用時之輸出電壓 $v_o(t)$，因頻率不同，所以無法判斷與輸入電壓源之增益與相位之關係

四、如下圖所示，請推導出電流 $i_0(t)$。



【擬答】：



$$100\angle 60°=j2\vec{I}_1+j3\vec{I}_0+(-j4)(\vec{I}_1+\vec{I}_0)\Rightarrow 100\angle 60°=-j2\vec{I}_1-j\vec{I}_0$$

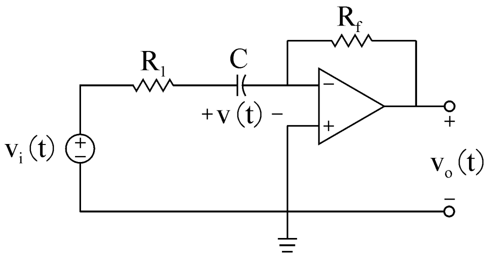
$$0=j6\vec{I}_0+j3\vec{I}_1+(-j4)(\vec{I}_1+\vec{I}_0)\Rightarrow \vec{I}_1=2\vec{I}_0$$

$\therefore \vec{I}_0=20\angle 150°$ （A），$i_0(t)=20\cos(10t+150°)$ （A）

五、如下圖所示：

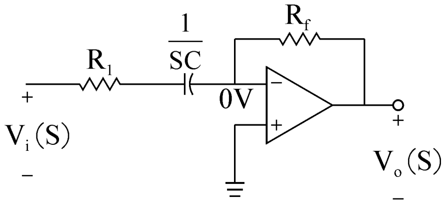
㈠推導出 $V_o(S)/V_i(S)$ 的轉移函數（transfer function），這裡 $V_o(S)$ 與 $V_i(S)$ 分別是輸出 $v_o(t)$ 與輸入 $v_i(t)$ 的拉普拉斯轉換。

㈡若在 $t\geq 0$，$v_i(t)$ 為 4V 的直流電壓，$R_1=10k\Omega$、$R_f=20k\Omega$、$C=20\mu F$ 且 $v(0)=1V$，試求出 $v_o(t)$。



【擬答】：

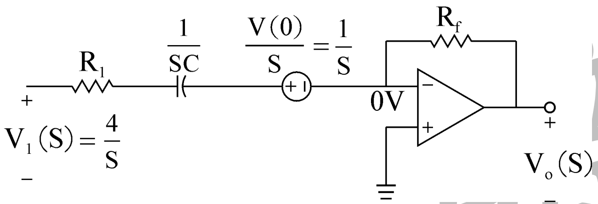
㈠



$$\frac{0-V_i(S)}{R_1+\frac{1}{SC}}+\frac{0-V_o(S)}{R_f}=0$$

$$\therefore \frac{V_o(S)}{V_i(S)}=-\frac{R_f}{R_1+\frac{1}{SC}}=-\frac{SCR_f}{1+SCR_1}$$

㈡



$$\frac{\frac{1}{S}-\frac{4}{S}}{R_1+\frac{1}{SC}}+\frac{-V_o(S)}{R_f}=0$$

$$\frac{\frac{-3}{S}}{10\times10^3+\frac{1}{S\times20\times10^{-6}}}+\frac{-V_o(S)}{20\times10^3}=0$$

$$\therefore V_o(S)=\frac{-6}{S+5}$$

故 $v_o(t)=-6e^{-5t}$ （V），$t\geq 0$