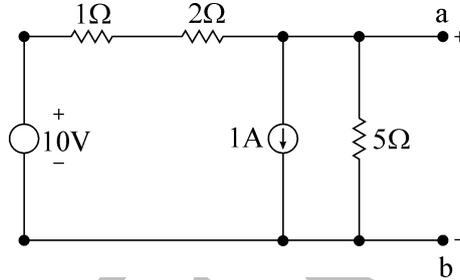


103 年原住民族特考

等 別：三等考試
類 科：電力工程
科 目：電路學

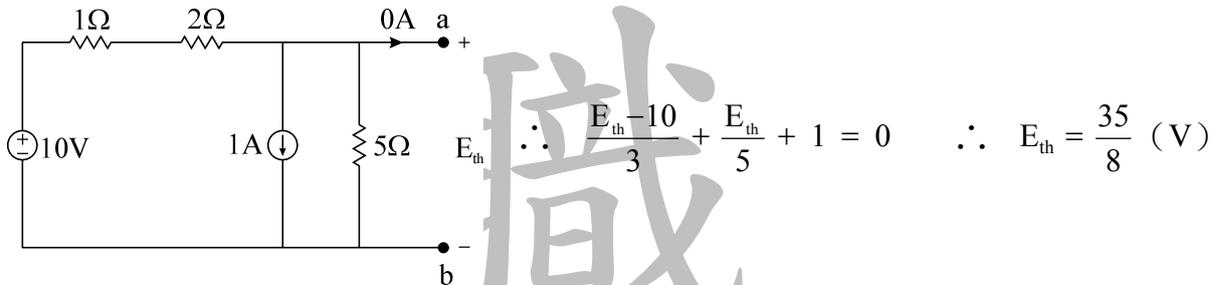
一、試求如下電路由 ab 兩端看進去之等效戴維寧電路及等效諾頓電路。



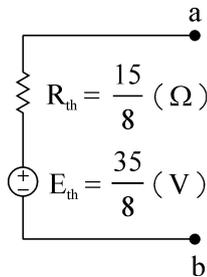
【擬答】：

(一)求戴維寧與諾頓等效電阻：將電路中電壓源短路，電流源開路，由 a、b 兩端求出其等效電阻 $R_{th} = R_N = (1 + 2) // 5 = \frac{15}{8} (\Omega)$

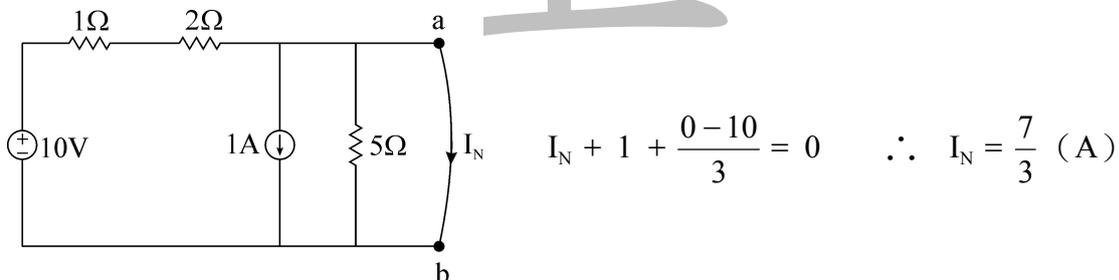
(二)戴維寧等效電壓：



故戴維寧等效電路如下所示：

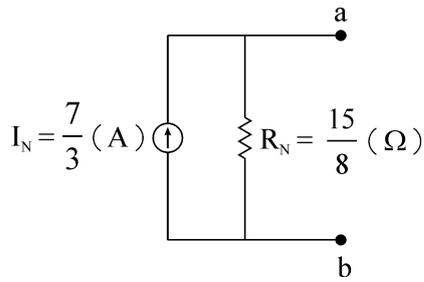


(三)諾頓等效電流：

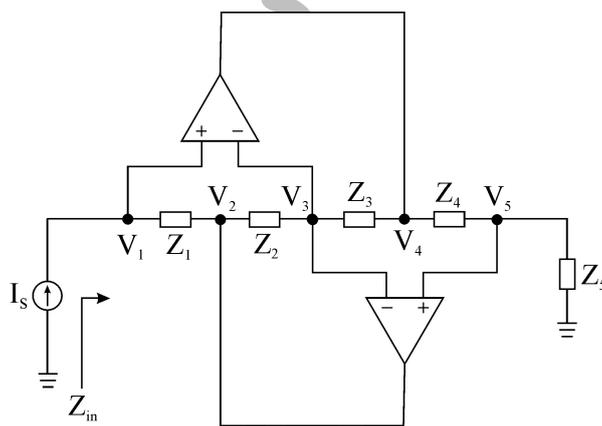


公職王歷屆試題 (103 原住民三等特考)

故諾頓等效電路如下所示：



二、試寫出如下電路之節點電壓方程式，並求解其輸入阻抗 Z_{in} (即 V_1/I_s)，假設該電路中之運算放大器均為理想運算放大器。



【擬答】：

因運算放大器為理想，則 $V_1 = V_3 = V_5$

$$I_s = \frac{V_5}{Z_5} = \frac{V_1}{Z_5}$$

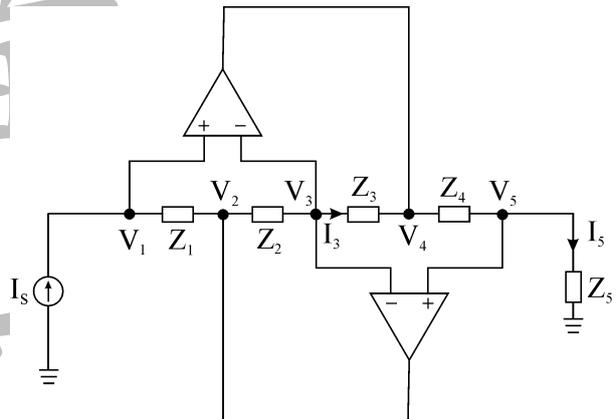
$$V_4 = V_5 + I_s Z_4 = V_1 + \frac{Z_4}{Z_5} V_1$$

$$I_3 = \frac{V_3 - V_4}{Z_3} = -\frac{Z_4}{Z_3 Z_5} V_1$$

$$V_2 = V_3 + Z_2 I_3 = V_1 - \frac{Z_2 Z_4}{Z_3 Z_5} V_1$$

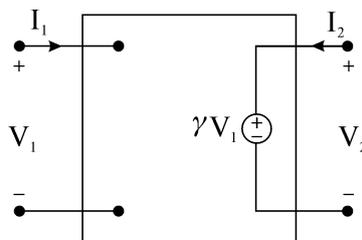
$$\therefore I_s = \frac{V_1 - V_2}{Z_1} = \frac{Z_2 Z_4}{Z_1 Z_3 Z_5} V_1$$

$$\text{故輸入阻抗 } Z_{in} = \frac{V_1}{I_s} = \frac{Z_1 Z_3 Z_5}{Z_2 Z_4}$$



三、試寫出下列雙口 (Two Ports) 網路之混合 g 參數， g 參數定義如下式所示。

$$\begin{bmatrix} I_1 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_1 \\ I_2 \end{bmatrix}$$



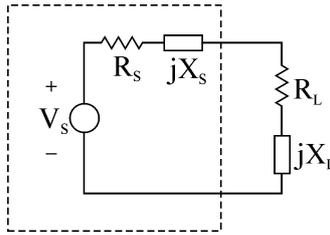
【擬答】：

$$\because I_1 = 0 \quad \therefore g_{11} = 0, g_{12} = 0$$

$$\text{又 } V_2 = \gamma V_1 \quad \therefore g_{21} = \gamma, g_{22} = 0$$

$$\text{故混合 } g \text{ 參數為 } \begin{bmatrix} g_{11} & g_{12} \\ g_{21} & g_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ \gamma & 0 \end{bmatrix}$$

四、已知如下弦波穩態電路之電源內阻抗為 $R_s + jX_s$ ，負載阻抗為 $Z_L = R_L + jX_L = |Z_L| \angle \theta$ ；如果 θ 固定不變，請證明當 $|Z_L| = \sqrt{R_s^2 + X_s^2}$ 會有最大輸出功率（即最大實功率）。



【擬答】：

$$\text{負載電流 } I = \frac{V_s}{R_s + jX_s + R_L + jX_L} = \frac{V_s}{R_s + R_L + j(X_s + X_L)} = \frac{V_s}{R_s + |Z_L| \cos\theta + j(X_s + |Z_L| \sin\theta)}$$

$$\text{故負載所消耗功率為 } P_L = |I|^2 R_L = \frac{V_s^2}{(R_s + |Z_L| \cos\theta)^2 + (X_s + |Z_L| \sin\theta)^2} \times |Z_L| \cos\theta$$

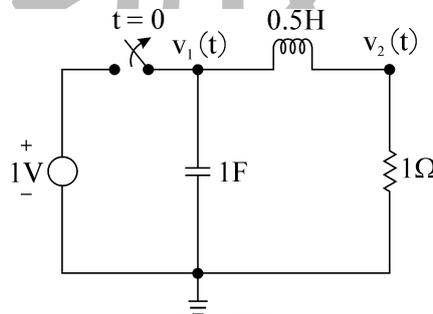
今欲求最大功率，令 $\frac{\partial P_L}{\partial |Z_L|} = 0$ ，則：

$$\frac{V_s^2 \{ [(R_s |Z_L| \cos\theta)^2 - (X_s |Z_L| \sin\theta)^2] \cos\theta |Z_L| \cos\theta - [2(R_s |Z_L| \cos\theta) \cos\theta - 2(X_s |Z_L| \sin\theta) \sin\theta] \}}{[(R_s |Z_L| \cos\theta)^2 + (X_s |Z_L| \sin\theta)^2]^2} = 0$$

$$\begin{aligned} & (R_s^2 + 2R_s |Z_L| \cos\theta + |Z_L|^2 \cos^2\theta + X_s^2 + 2X_s |Z_L| \sin\theta + |Z_L|^2 \sin^2\theta) \cos\theta - \\ & 2R_s |Z_L| \cos^2\theta - 2|Z_L|^2 \cos^3\theta - 2X_s |Z_L| \cos\theta \sin\theta - 2|Z_L|^2 \cos\theta \sin^2\theta = 0 \\ \Rightarrow & (R_s^2 + X_s^2 - |Z_L|^2 \cos^2\theta - |Z_L|^2 \sin^2\theta) \cos\theta = 0 \end{aligned}$$

故當負載阻抗大小 $|Z_L| = \sqrt{R_s^2 + X_s^2}$ 時，有最大輸出功率

五、如下電路在開關未切離前已達穩定狀態，試以拉氏變換法求解當 $t = 0$ 時開關切離後之 $v_1(t)$ 及 $v_2(t)$ ， $t \geq 0$ 。



【擬答】：

當 $t = 0^-$ 時， $V_C(0^-) = V_C(0^+) = 1$ (V)， $i_L(0^-) = i_L(0^+) = 1$ (A)

當 $t > 0$ 時，電路之 S 域等效電路如右所示：

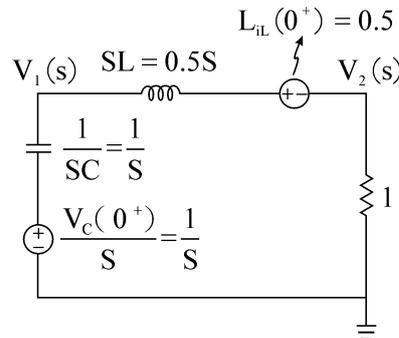
利用節點電壓法，則：

$$\frac{V_1(S) - \frac{1}{S}}{\frac{1}{S}} + \frac{V_1(S) + 0.5}{0.5S + 1} = 0$$

$$\therefore V_1(S) = \frac{S + 1}{S^2 + 2S + 2} = \frac{S + 1}{(S + 1)^2 + 1}$$

故 $v_1(t) = e^{-t} \cos t$ ， $t \geq 0$

$$\text{又 } \frac{V_2(S) - 0.5 - \frac{1}{S}}{0.5S + \frac{1}{S}} + \frac{V_2(S)}{1} = 0$$



公職王歷屆試題 (103 原住民三等特考)

$$\therefore V_2(S) = \frac{S+2}{S^2+2S+2} = \frac{S+1+1}{(S+1)^2+1}$$

故 $v_2(t) = e^{-t}(\cos t + \sin t)$, $t \geq 0$

公
職
王