

## 110 年公務人員特種考試身心障礙人員考試試題

考試別：身心障礙人員考試

等 別：三等考試

類 科：經建行政

科 目：統計學

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、記錄一個月(約四周)平日上班期間，每日搭公車的等候時間的次數分配如下：

等候時間	少於 3 分鐘	3~6 分鐘	6~9 分鐘	9 分鐘以上
次數	9	7	2	2

(一)假設等候時間服從指數分配，請用上述資料以等距組中點估計平均等候時間，並計算等候時間在 5 分鐘內的機率。(10 分)

(二)請利用卡方適合度檢定，檢定上述資料是否服從指數分配。(20 分)

### 【解題關鍵】

#### 《考題難易》★

《破題關鍵》指數機率與適合度檢定是課內基本題，但此題的數據有開放組(9 分鐘以上)，無法計算樣本平均數，造成考生寫此題的困擾。指數分配的機率運算可參考 104 年地特三等以及 102 年關務統計的類似考題；而 103 普考與 106 年地特四等則考了卜瓦松分配與常態分配的適合度檢定。

### 【擬答】

(一)  $X$ ：等候時間

$$\bar{X} = \frac{\sum X_i}{n} = \frac{1.5 \times 9 + 4.5 \times 7 + 7.5 \times 2 + 10.5 \times 2}{20} = 4.05 \xrightarrow{\text{估計}} \theta$$

(9 分鐘以上為開放組，其實無法計算平均數，在此假設 9 分鐘以上之組中點為 10.5 分鐘)

$$X \sim \text{Exp}(\theta = 4.05)$$

$$P(X < 5) = \int_0^5 \frac{1}{4.05} e^{-\frac{x}{4.05}} dx = 1 - e^{-\frac{5}{4.05}} = 0.709$$

註：9 分鐘以上為開放組，其實無法計算平均數，在此假設 9 分鐘以上之組中點為 10.5 分鐘。

(二) 令  $P_i$  表資料符合指數分配時，第  $i$  組的理論機率

$$P_1 = P(X < 3) = \int_0^3 \frac{1}{4.05} e^{-\frac{x}{4.05}} dx = 1 - e^{-\frac{3}{4.05}} = 0.5232$$

$$P_2 = P(3 \leq X < 6) = \int_3^6 \frac{1}{4.05} e^{-\frac{x}{4.05}} dx = e^{-\frac{3}{4.05}} - e^{-\frac{6}{4.05}} = 0.2495$$

$$P_3 = P(6 \leq X < 9) = \int_6^9 \frac{1}{4.05} e^{-\frac{x}{4.05}} dx = e^{-\frac{6}{4.05}} - e^{-\frac{9}{4.05}} = 0.1189$$

$$P_4 = 1 - P_1 - P_2 - P_3 = 0.1084$$

公職王歷屆試題 (110 身心障礙)

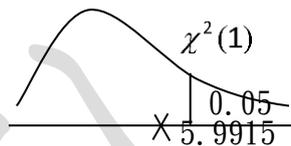
等候時間	0~3	3~6	6~9	9~	合計
$O_i$	9	7	2	2	20
$P_i$	0.5232	0.2495	0.1189	0.1084	1
$E_i$	10.464	4.99	2.378	2.168	20

$df = 4 - 1 - 1 = 2$  (1 個母數被估計)

$H_0$ : 資料符合指數分配  $H_1$  資料不符合指數分配

假設  $\alpha = 0.05$

$$\chi^2 = \frac{\sum(O_i - E_i)^2}{E_i} = 1.088 \notin C$$



$$C: \{\chi^2 > \chi_{0.05}^2(2) = 5.9915\}$$

不拒絕  $H_0$ ，沒有顯著證據說資料不符合指數分配

二、為了解中小企業數位化的情形，研究單位隨機抽出 64 家中小企業，調查結果顯示有 39 家已數位化。

(一) 欲檢定母體數位化比例是否超過目標值 (60%)，請寫出適當的檢定假說，並根據樣本資料計算檢定 p-值。(12 分)

(二) 為掌握數位化比例估計的精準度，請問在 95% 的信賴度之下，抽樣誤差控制在 10% 之內，隨機抽樣的樣本數至少應該有多少？(8 分)

**【解題關鍵】**

《考題難易》★

《破題關鍵》單母體比例值檢定與樣本數求算為課內基本題，99 年地特四等有出幾乎完全相同的試題。

**【擬答】**

(一)  $p$  為數位化比例， $\hat{p} = \frac{39}{64}$

$H_0: p \leq 0.6$   $H_1: p > 0.6$

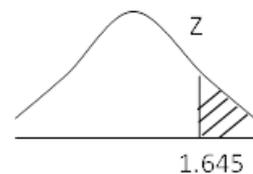
假設  $\alpha = 0.05$

$$Z^* = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}} = \frac{\frac{39}{64} - 0.6}{\sqrt{\frac{0.6(1-0.6)}{64}}} = 0.15 \notin C$$

$p\text{-value} = P(Z > 0.15) = 0.4404 > \alpha$

不拒絕  $H_0$ ，所以沒有顯著證據說母體數位化比例超過目標值。

$$(二) \varepsilon = Z_{\frac{\alpha}{2}} \cdot \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}} \Rightarrow n \geq \frac{Z_{\frac{\alpha}{2}}^2 \cdot \hat{p}(1-\hat{p})}{\varepsilon^2}$$



公職王歷屆試題 (110 身心障礙)

$$n \geq \frac{Z_{\alpha}^2 \cdot \hat{p}(1-\hat{p})}{\varepsilon^2} = \frac{1.96^2 \times \frac{39}{64} \times \frac{25}{64}}{0.1^2} = 91.4$$

$n$  取 92

三、一項行動支付使用率調查顯示，500 位受訪者，中高齡（45~55 歲）有 150 位，其中有 105 位曾使用行動支付，非中高齡受訪者中，則有 210 位表示曾使用行動支付。

(一) 在 5% 的顯著水準下，請寫出檢定中高齡層與非中高齡層在行動支付的使用率是否相同的假說，並完成檢定。(13 分)

(二) 請寫出兩年齡層在行動支付的使用率差之 95% 信賴區間。(9 分)

**【解題關鍵】**

《考題難易》★

《破題關鍵》雙母體比例差的假設檢定需要合併比例值，但雙母體比例差的信賴區間卻不用合併比例值，以各自比例值進行標準誤計算，兩者公式不同，原因在於假設檢定的檢定統計量是建構在虛無假設為真的條件下，106 年普考有相同試題。

**【擬答】**

(一) 設中高齡率行動支付的使用率為  $p_1$

非中高齡率行動支付的使用率為  $p_2$

$$\hat{p}_1 = \frac{105}{150} = 0.7, \quad \hat{p}_2 = \frac{210}{350} = 0.6, \quad \hat{p} = \frac{\sum x_i + \sum y_i}{n+m} = \frac{105+210}{500} = 0.63$$

$$H_0: p_1 = p_2 \quad H_1: p_1 \neq p_2$$

$$\alpha = 0.05$$

$$Z^* = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n} + \frac{1}{m}\right)}} = \frac{0.7-0.6}{\sqrt{0.63 \times 0.37 \left(\frac{1}{150} + \frac{1}{350}\right)}} = 2.12 \in C$$

$$C = \{|Z^*| > Z_{0.025} = 1.96\}$$

拒絕  $H_0$

有顯著的證據說中高齡層與非中高齡層在行動支付的使用率不相同

(二) 兩年齡層在行動支付的使用率差  $p_2 - p_1$  的 95% 信賴區間為

$$(\hat{p}_2 - \hat{p}_1) \pm z_{\alpha/2} \sqrt{\frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{m} + \frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{n}}$$

$$\Rightarrow (0.7 - 0.6) \pm 1.96 \sqrt{\frac{0.7 \times 0.3}{150} + \frac{0.6 \times 0.4}{350}}$$

$$\Rightarrow [0.0105, 0.1895]$$

四、為評估溝通技巧課程上課方式是否會影響業績，某保經公司將 30 位新進業務員，隨機分成 3 組，分別接受以互動式、傳統講授及錄影片觀看等三種方式完成溝通技巧課程。三個月後檢視

公職王歷屆試題 (110 身心障礙)

3 組業務員的業績平均值與標準差，如下(單位為萬元)：

組別	互動式	傳統講授	錄影片觀看
平均數	35.2	30.7	25.9
標準差	4.86	6.25	7.81

(一)請完成變異數分析表，寫出檢定不同的上課方式業績是否有差異的檢定假說，並在 5% 的顯著水準下完成檢定。(19 分)

(二)請說明使用變異數分析模式的假設條件為何？(9 分)

【解題關鍵】

《考題難易》★

《破題關鍵》單因子變異數分析為統計學基本題。105 年普考有類似考題。

【擬答】

$$\rightarrow SST = \sum \sum (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2 = \sum n_i (\bar{X}_{i.} - \bar{X}_{..})^2 = 432.6$$

$$SSE = \sum \sum (X_{ij} - \bar{X}_{i.})^2 = \sum (n_i - 1) S_i^2$$

$$= (10 - 1) \times 4.86^2 + (10 - 1) \times 6.25^2 + (10 - 1) \times 7.81^2 = 1113.1038$$

$$SSTO = SST + SSE = 1545.7038$$

ANOVA 表

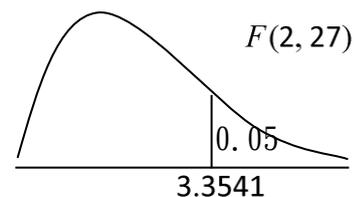
	SS	df	MS	F
Treatment	432.6	2	216.3	5.247
Error	1113.1038	27	41.2261	
Total	1545.7038	29		

$H_0$  : 不同的上課方式業績沒有差異

$H_1$  : 不同的上課方式業績有差異

$\alpha = 0.05$

$F^* = 5.247 \in C$ ，拒絕  $H_0$



有顯著證據說不同的上課方式業績有差異

(二)此處為單因子變異數分析， $X_{ij} = \mu + \alpha_i + \varepsilon_{ij}$ ， $\varepsilon_{ij} \stackrel{i.i.d.}{\sim} N(0, \sigma^2)$

前提假設：

1.  $k$  個母體均來自常態分配。
2.  $k$  個母體的變異數全相同(變異數同質)。
3. 每個母體的樣本，彼此之間獨立。