110 年公務人員特種考試關務人員考試試題

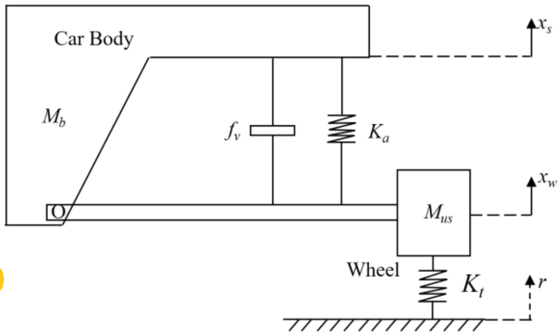
考試別：關務人員考試
等　別：三等考試
類　科：機械工程
科　目：自動控制

一、常用於分析懸吊系統之 1/4 車模型如下圖所示，汽車輪胎簡化為無阻尼之彈簧 K_t，圖中 M_b 與 M_{us} 分別為 1/4 車體與輪胎質量，K_a 與 K_t 分別為車體與輪胎之彈簧常數，f_v 為車體之阻尼常數，r 為路面干擾輸入，x_s 與 x_w 為車體與輪胎之垂直向位移。

㈠列出此系統之垂直向雙變數單一輸入兩階聯立動態方程式。（10 分）

㈡試依據圖中模型參數推導車體垂直向位移相對於路面干擾之轉移函數

$G(s)=\dfrac{X_s(s)}{R(s)}$。（15 分）



【解題關鍵】

1.《考題難易》★★★★

2.《解題關鍵》需要瞭解懸吊系統的機構模型方能解題

【擬答】

㈠車輛懸吊系統之 1/4 車模型動態方程式如下：

$M_b x_s''=K_a(x_w-x_s)+f_V(x_w'-x_s')$ ----------(1)

$M_{us} x_w''=K_a(x_s-x_w)+K_t(r-x_w)+f_V(x_s'-x_w')$ ----------(2)

㈡由(1)式拉氏轉換可得 $\dfrac{X_S(s)}{X_W(s)}=\dfrac{f_V s+K_a}{M_b s^2+f_V s+K_a}\Rightarrow X_s(s)=X_W(s)\times\dfrac{f_V s+K_a}{M_b s^2+f_V s+K_a}$ ----------(3)

由(2)式拉氏轉換可得

$$(M_{us}s^2+f_V s+K_a+K_t)X_W(s)=(f_V s+K_a)X_s(s)+K_t R(s)$$

將(3)式代入

$$(M_{us}s^2+f_V s+K_a+K_t)X_W(s)=\frac{(f_V s+K_a)^2}{M_b s^2+f_V s+K_a}X_W(s)+K_t R(s)$$

則

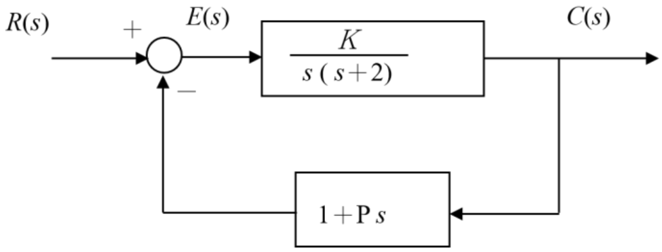
$$\left[(M_{us}s^2+f_V s+K_a+K_t)-\frac{(f_V s+K_a)^2}{M_b s^2+f_V s+K_a}\right]X_W(s)=K_t R(s)$$

所以

$$\frac{X_W(s)}{R(s)}=\frac{K_t}{(M_{us}s^2+f_V s+K_a+K_t)-\dfrac{(f_V s+K_a)^2}{M_b s^2+f_V s+K_a}}$$

二、㈠由下列之控制系統方塊圖，計算增益值 K 與微分回饋增益 P 值，使得此閉迴路系統之單位步階響應的最大超越量為 16.3%，對應之峰值時間（peak time）為 1 秒。（15 分）

㈡依據題㈠求出之 K 與 P 值，計算此閉迴路系統之 2%安定時間（settling time）與閉迴路特徵根值。（10 分）



【解題關鍵】

1.《考題難易》★★

2.《解題關鍵》需熟知時欲分析的各類參數值求法

【擬答】

㈠單位步階響應的最大超越量為 16.3%，則 $M_0 = e^{-\zeta\pi/\sqrt{1-\zeta^2}} = 0.163 \Rightarrow \zeta = 0.5$

㈡對應之峰值時間（peak time）為 1 秒，則 $T_P = \dfrac{\pi}{\omega_n\sqrt{1-\zeta^2}} = 1 \Rightarrow \omega_n = 3.63\,rad/s$

㈢特性方程式為

$s^2 + (2+KP)s + K = s^2 + 2\zeta\omega_n s + \omega_n^2 = s^2 + 3.63s + 13.16$

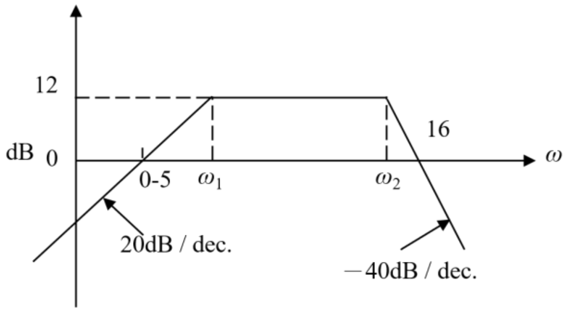
$\therefore K = 13.16$；$P = 0.124$

㈣2%安定時間（settling time）為 $T_S = \dfrac{4}{\zeta\omega_n} = \dfrac{4}{0.5\times 3.63} = 2.204s$

㈤閉迴路特徵根值為 $s^2 + 3.63s + 13.16 = 0 \Rightarrow s = -1.815 \pm j3.14$

三、㈠一個無複數極點之極小相系統的頻率響應漸進線如下圖所示，試求出此系統之開迴路轉移函數 $G(s)$，須算出 K，ω_1 與 ω_2 值。（15 分）

㈡依據題㈠開迴路轉移函數，以 K 值可變，繪出此系統之根軌跡圖。（10 分）



【解題關鍵】

1.《考題難易》★★★

2.《解題關鍵》瞭解波德圖原理與根軌跡圖繪製即可做出

【擬答】

㈠ $20log\left(\frac{\omega_1}{0.5}\right)=12\Rightarrow\omega_1=2$；$40log\left(\frac{16}{\omega_2}\right)=12\Rightarrow\omega_2=8$

則開迴路轉移函數為

$$G(s)=\frac{Ks}{\left(1+\frac{s}{2}\right)\left(1+\frac{s}{8}\right)^2}$$

將 $s=j\omega$ 代入，則 $|G(j\omega)|_{dB}=20logK+20log\omega-10log\left(1+\frac{\omega^2}{4}\right)-20log\left(1+\frac{\omega^2}{64}\right)$

將 $\omega=0.5$ 代入可得 $K=2$

開迴路轉移函數為 $G(s)=\frac{2s}{\left(1+\frac{s}{2}\right)\left(1+\frac{s}{8}\right)^2}$

㈡開路轉移方程式為

$$G(s)=\frac{s}{(s+2)(s+8)^2}$$

極點分別為：$s=-2,-8,-8$ 共 3 個極點，而零點則為 0。

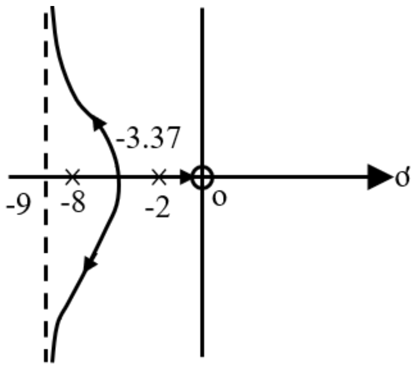
漸進線角度：$\theta_A=\pm90^0$

漸進線與實軸交點：-9

分叉點：由 $\frac{dG}{dS}=0$，可得

$s^3+9s^2-64=0\Rightarrow s=-3.37$

如圖所示



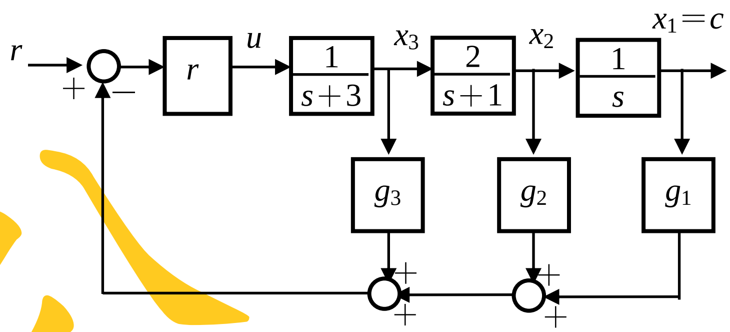
四、已知一控制系統之串聯分解模型與狀態變數 X 定義如下圖。

㈠試列出狀態空間之動態方程式 $X(t)=Ax(t)+Bu(t)$，$c=Dx(t)$。（10 分）

㈡利用狀態回授方法設計上圖之控制器，計算出 K，g_1，g_2 與 g_3 之數值，以滿足下列性能條件：

1. 此系統三個閉迴路特徵根分別為：-5，$-1\pm j$

2. 對於步階輸入之穩態誤差為零。（15 分） $\sqrt{3}$



【解題關鍵】

1.《考題難易》★★★★

2.《解題關鍵》需瞭解狀態回授方法設計才能解出

【擬答】

㈠動態方程式為

$$\begin{bmatrix}\frac{dx_1(t)}{dt}\\ \frac{dx_2(t)}{dt}\\ \frac{dx_3(t)}{dt}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}0&1&0\\0&-1&1\\0&0&-3\end{bmatrix}\begin{bmatrix}x_1(t)\\x_2(t)\\x_3(t)\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}u$$

$C=[1\quad 0\quad 0]u$

㈡先計算希望的系統閉迴路特性方程為 $(s+5)(s^2+2s+4)=s^3+7s^2+14s+20$

對應的特徵方程式為 $\Delta(s)=det[sI-A+BG^T]$

$$=det\left[\begin{bmatrix}s&0&0\\0&s&0\\0&0&s\end{bmatrix}-\begin{bmatrix}0&1&0\\0&-1&1\\0&0&-3\end{bmatrix}+\begin{bmatrix}0\\0\\1\end{bmatrix}[g_1\quad g_2\quad g_3]\right]$$

$$=\begin{vmatrix}s&-1&0\\0&s&-1\\g_1&g_2&s+3+g_3\end{vmatrix}=s^3+(3+g^3)s^2+g_2s+g_1=0$$

比對可得 $g_1=20$；$g_2=14$；$g_3=4$