

## 110 年公務人員特種考試關務人員考試試題

考試別：關務人員考試

等 別：四等考試

類 科：關務統計

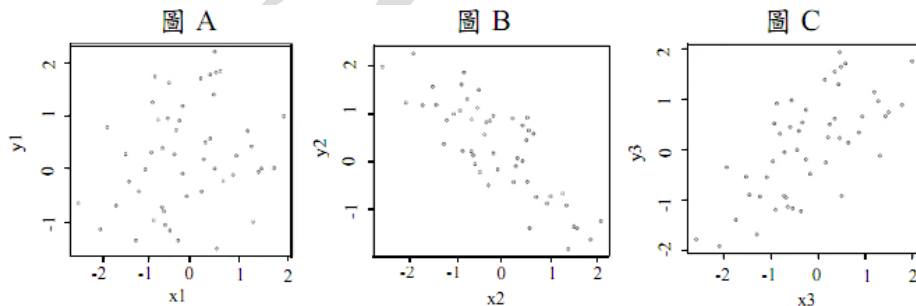
科 目：統計學概要

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)本科目除專門名詞或數理公式外，應使用本國文字作答。

一、以下是三筆二維資料的散布圖，試從  $-1.0$ ， $-0.81$ ， $-0.43$ ， $0.22$ ， $0.68$ ， $0.97$  六個數字當中，選擇三筆資料的相關係數。(12 分)



### 【解題關鍵】

#### 《考題難易》★

《破題關鍵》非常基本的考題，先判斷資料是正向或負向變化，而後透過樣本點的散布是否接近一條直線來判斷關聯性強度。

### 【擬答】

(一)圖 A 的相關係數應為  $0.22$ ，因為資料呈現正斜率且為低度相關。

(二)圖 B 的相關係數應為  $-0.81$ ，因為資料呈現負斜率且為高度相關。

(三)圖 C 的相關係數應為  $0.68$ ，因為資料呈現正斜率且為中度相關。

二、令隨機變數  $X$  代表某位業務員一天所銷售的車險保單數目。已知  $X$  的機率函數(probability mass function) 為  $f(x) = \frac{1}{2} - \frac{x}{6}$ ， $x = 0, 1, 2$ 。(每小題 4 分，共 20 分)

(1)試問此業務員至少賣出兩份車險保單的機率為何？

(2)試求車險保單數的期望值  $E(X)$ 。

(3)試求車險保單數的變異數  $Var(X)$ 。

(4)計算期望值  $E(3X - 5)$ 。

(5)計算變異數  $Var(6X - 2021)$ 。

### 【解題關鍵】

#### 《考題難易》★

《破題關鍵》非常基本的單變數隨機變數問題，無複雜的計算過程，小心應答應可輕鬆得分。

## 【擬答】

(1) 離散型機率函數，其函數值即機率值，機率分配函數可表示為

$X$	0	1	2
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{6}$

$$P(X \geq 2) = P(X = 2) = f(x=2) = \frac{1}{2} - \frac{2}{6} = \frac{1}{6} = 0.1667$$

$$(2) E(X) = \sum xf(x) = 0 \times \frac{1}{2} + 1 \times \frac{1}{3} + 2 \times \frac{1}{6} = \frac{2}{3} = 0.6667$$

$$(3) E(X^2) = \sum x^2 f(x) = 0^2 \times \frac{1}{2} + 1^2 \times \frac{1}{3} + 2^2 \times \frac{1}{6} = 1$$

$$Var(X) = 1 - \left(\frac{2}{3}\right)^2 = \frac{5}{9} = 0.5556$$

$$(4) E(3X - 5) = 3E(X) - 5 = 3 \times \frac{2}{3} - 5 = -3$$

$$(5) Var(6X - 2021) = 6^2 \cdot Var(X) = 36 \times \frac{5}{9} = 20$$

三、已知一般高中學生的智力測驗分數為常態分配，平均數 113，變異數 225。陳老師想知道其任教學校學生的平均智力是否與一般高中學生的平均智力有所不同，隨機挑選 46 名學生參加此智力測驗施測，得到平均分數為  $\bar{x} = 109$ 。請問陳老師是否可以宣稱該校學生的平均智力不等於 113？在顯著水準  $\alpha = 0.05$  之下，試分別以下列三種方法檢定，並敘述所得結論。

- (1) 拒絕域法 (critical region method)。(14 分)
- (2) P 值法 (p-value approach)。(8 分)
- (3) 信賴區間法 (confidence interval method)。(8 分)

## 【解題關鍵】

《考題難易》★★

《破題關鍵》過去雖然很少出現過同時採拒絕域法、P 值法與信賴區間法之假設檢定考題，但單母體平均數的檢定是最基本的方法，應可輕鬆拿分。

## 【擬答】

(1) 假設任教學校學生的平均智力為  $\mu$

$$H_0: \mu = 113 \quad H_1: \mu \neq 113$$

$$\alpha = 0.05$$

$$Z^* = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\sigma / \sqrt{n}} = \frac{109 - 113}{\sqrt{225} / \sqrt{46}} = -1.81 \in C$$

$$C: \{|Z^*| > Z_{0.025} = 1.96\}$$

不拒絕  $H_0$ ，沒有顯著證據說該校學生的平均智力不等於 113

$$(2) p\text{-value} = 2 \times p(Z < -1.81) = 2 \times 0.0351 = 0.0702$$

公職王歷屆試題 (110 關務特考)

則  $p\text{-value} > \alpha = 0.05$

不拒絕  $H_0$ ，沒有顯著證據說該校學生的平均智力不等於 113

註：本卷未附合適的常態機率值。

(3)任教學校學生的平均智力  $\mu$  之 95%信賴區間為

$$\bar{x} \pm Z_{0.025} \frac{\sigma}{\sqrt{n}}$$

$$\Rightarrow 109 \pm 1.96 \cdot \frac{\sqrt{225}}{\sqrt{46}}$$

$$\Rightarrow [104.6652, 113.3348]$$

信賴區間包含一般高中生智力平均 113，代表顯著證據說該校學生的平均智力不等於 113，所以三種方法檢定的結論相同。

四、某連鎖咖啡店認為咖啡銷售量和氣溫之間有線性關係。店家從過去的銷售紀錄當中，隨機選擇六日當作樣本，獲得資料如下：

咖啡銷售量 (杯)	350	200	210	100	60	40
氣溫 (攝氏 $^{\circ}\text{C}$ )	10	16	21	26	30	34

- (1)對於咖啡銷售量和氣溫兩個變數而言，試問那個變數是自變數 (independent variable)？那個變數是依變數 (dependent variable)？(5分)
- (2)試求兩變數的簡單線性迴歸方程式  $\hat{Y} = \hat{\alpha} + \hat{\beta}X$ 。(12分)
- (3)以咖啡銷售量和氣溫說明迴歸係數估計值  $\hat{\beta}$  的意義。(6分)
- (4)試以  $\alpha = 0.05$ ，檢定此迴歸線的斜率是否等於零。(15分)

【解題關鍵】

《考題難易》★★

《破題關鍵》簡單線性迴歸之迴歸方程式與迴歸係數的檢定皆屬課內基本內容，本題可惜的是第(1)小題並不明確說明誰是自變項與應變數；若寫反，則整份試題都可能得不到該有的分數分數，不可不慎。

【擬答】

(1)題意不甚清楚，但合理猜想是以氣溫的高低來預測咖啡銷售量，在此假設氣溫為自變項  $X$ ，而咖啡銷售量為應變項  $Y$ 。

$$(2) \sum x = 137, \sum y = 960, \sum x^2 = 3529, \sum y^2 = 221800, \sum xy = 16870$$

$$SS_x = \sum x^2 - \frac{(\sum x)^2}{n} = 3529 - \frac{137^2}{6} = 400.8333$$

$$SS_y = \sum y^2 - \frac{(\sum y)^2}{n} = 221800 - \frac{960^2}{6} = 68200$$

$$SS_{xy} = \sum xy - \frac{(\sum x)(\sum y)}{n} = 16870 - \frac{137 \times 960}{6} = -5050$$

公職王歷屆試題 (110 關務特考)

$$\hat{\beta} = \frac{SS_{XY}}{SS_X} = \frac{-5050}{400.8333} = -12.59875,$$

$$\hat{\alpha} = \bar{Y} - \hat{\beta}\bar{X} = \frac{960}{6} - (-12.59875) \times \frac{137}{6} = 447.67146$$

簡單線性迴歸方程式為  $\hat{Y} = 447.67146 - 12.59875X$

(3)  $\hat{\beta} = -12.59875$  代表溫度每增加 1 度，則咖啡銷售量約減少 12.6 杯

$$\begin{aligned} (4) \text{MSE} &= \frac{SS_Y - \hat{\beta}^2 \cdot SS_X}{n-2} \\ &= \frac{68200 - (-12.59875)^2 \cdot 400.8333}{6-2} = 1144.0814 \end{aligned}$$

$$H_0: \beta = 0 \quad H_1: \beta \neq 0$$

$$\alpha = 0.05$$

$$T^* = \frac{\hat{\beta}}{\sqrt{\frac{\text{MSE}}{SS_X}}} = \frac{-12.59875}{\sqrt{\frac{1144.0814}{6}}} = 0.9124 \in C$$

$$C: \{|T^*| > t_{0.025}(4) = 2.776\}$$

不拒絕  $H_0$ ，沒有顯著證據說此迴歸線的斜率等於零。

公  
職  
王