109 年特種考試地方政府公務人員考試試題

等　　別：三等考試
類　　科：農業技術
科　　目：試驗設計
考試時間：2 小時

一、假使研究者想要檢定虛無假說$(\mathrm{H}_0): \mu = 540\mathrm{mm}$(毫米) 相對於對立假說$(\mathrm{H}_a): \mu < 540mm$，此母體(population)有標準差$\sigma = 88mm$，試問，若型一誤差(Type I error$(\alpha)$)為 0.05，型二誤差(Type II error(β))為 0.01，且母體的平均$\mu = 520mm$。(每小題 10 分，共 20 分)

㈠需要多大的樣本才能滿足上述之條件?

㈡接續上述條件，其樣本平均的值在何範圍時，會拒絕虛無假說?

$(\mathrm{Z}_{0.05} = 1.645$，$\mathrm{Z}_{0.0025} = 1.96$，$Z_{0.01} = 2.23$and，$\mathrm{Z}_{0.005} = 2.58)$

【擬答】：

㈠$\begin{cases} \mathrm{H}_0 : \mathrm{M} = 540(\mathrm{M}_0) \\ \mathrm{H}_1 : \mathrm{M} < 540(M_1 = 520) \end{cases}$

$$n = \frac{(Z_\alpha + Z_\beta)^2 \sigma^2}{(M_0 - M_1)^2} = \frac{(Z_{0.05} + Z_{0.01})^2 \sigma^2}{(M_0 - M_1)^2}$$

$$= \frac{(1.645 + 2.33)^2 \times 88^2}{(540 - 520)^2} = 305.9001$$

取=306

㈡設拒絕域$\overline{X} < K$

$$\alpha = P(\mathrm{Re}\, H_0 | H_0 \text{爲真})$$

$$= \mathrm{P}(\overline{\mathrm{X}} < \mathrm{K} | \mathrm{M} = 540)$$

$$= \mathrm{P}(\mathrm{Z} < \frac{\mathrm{K - 540}}{\frac{88}{\sqrt{306}}}) = 0.05$$

由查表得$\frac{\mathrm{K - 540}}{\frac{88}{\sqrt{306}}} = -1.645$

$\Rightarrow \mathrm{K} = 531.72$

當$\overline{\mathrm{X}} < 531.72$時會拒絕虛無假說

二、㈠在一個田間試驗想要調查四種處理對作物產量之影響，每個處理有 3 個從常態分布隨機抽取的獨立樣本，且這些常態分布都有相同的標準差，在 0.05 顯著水準之下，請檢定這四種處理在統計上是否有顯著的差異，其資料如下:

		產量	
處理一	71	92	89
處理二	44	51	85
處理三	50	64	72
處理四	67	81	86

請建構單因子變異數分析(one-wayanalysis of variance，ANOVA)並執行其檢定(包含:變動來

源、自由度、平方和、均方與 F 值)。(10 分)

㈡接續上述之問題與資料，若上述表格第二、三及四欄(colum)代表區集效應(the effect of block)，例如土壤性質，在 0.05 顯著水準之下，請建構二因子變異數分析(two-wayanalysis of variance，ANOVA)並執行其檢定(包含:變動來源、自由度、平方和、均方與 F 值)，亦即檢定上述四種處理在統計上是否有顯著的差異?以及這三種區集在統計上是否有顯著的差異?(10 分)

㈢根據此題㈠與㈡，你認為那一種設計及分析方法較合理?請詳述之。(10 分)

($F_{3,8,\alpha=0.05} = 4.07$ ，$F_{3,6,\alpha=0.05} = 4.76$ ，$F_{2,6,\alpha=0.05} = 5.14$)

【擬答】：

㈠

	產量	和
處理一	71 92 89	$X_1 = 252$
處理二	44 51 85	$X_2 = 180$
處理三	50 64 72	$X_3 = 186$
處理四	67 81 86	$X_4 = 234$
		$X_{..} = 852$

$n_1 = n_2 = n_3 = n_4 = 3$，N=12，m=4

$\sum\sum X_{ij}^{x} = 71^2 + 92^2 + ... + 86^2 = 63414$

$$SST = \sum_{i=1}^{m}\sum_{j=1}^{n_i} X_{ij}^2 - \frac{X_{..}^2}{N} = 63414 - \frac{852^2}{12} = 2922$$

$$SS_t = \sum_{i=1}^{m}\frac{X_{i.}^2}{n_i} - \frac{X_{..}^2}{N}$$

$$= \left[\frac{252^2}{3} + \frac{180^2}{3} + \frac{186^2}{3} + \frac{234^2}{3}\right] - \frac{852^2}{12} = 1260$$

$SSE = SST - SS_t = 1662$

$$\begin{cases} H_0 : M_1 = M_2 = M_3 = M_4 \\ H_1 : \mathrm{M}_i \text{不完全相同}, i = 1、2、3、4 \end{cases}$$

ANOVA 表

變因	DF	SS	MS	F 值
處理 機差	3 8	1260 1662	420 207、75	F=2.022
總和	11	2922		

$F = 2.022 < 4.07 = F_{3.6,0.05} \Rightarrow not \operatorname{Re} H_0$

結論：在 0.05 顯著水準下，沒有證據顯示四種處理在統計上有顯著的差異

㈡

區集	I	II	III	和
處理一	71	92	89	252
處理二	44	51	85	180
處理三	50	64	72	186
處理四	67	81	86	234
和	232	288	332	852
	X.1	X.2	X.3	X..

SST=2922，SSt=1260

m=4，n=3，N=12

$$SSB=\sum_{j=1}^{n}\frac{X_{.j}^{2}}{m}-\frac{X_{..}^{2}}{N}$$

$$=\left[\frac{232^2}{4}+\frac{288^2}{4}+\frac{332^2}{4}\right]-\frac{852^2}{12}=1256$$

$$SSE=SST-SSt-SSB=406$$

ANOVA 表

變因	DF	SS	MS	F 值
處理	3	1260	420	$F_1=6.207$
區集	2	1256	628	$F_2=9.280$
機差	6	406	67.67	
總和	11	2922		

⑴處理 $\begin{cases} H_0: M_1=M_2=M_3=M_4 \\ H_1: M_i不全相同, i=1、2、3、4 \end{cases}$

$F=6.207<4.76=F_{3.6,0.05}\Rightarrow \mathrm{Re}\,H_0$

結論：在 0.05 顯著水準下，有證據顯示四種處理在統計上有顯著差異

⑵區集 $\begin{cases} H_0: M_1=M_2=M_3 \\ H_1: M_i不全相同, i=1、2、3 \end{cases}$

$F=9.280<5.14=F_{2.6,0.05}\Rightarrow \mathrm{Re}\,H_0$

結論：在 0.05 顯著水準下，有證據顯示三種區集在統計上有顯著差異

㈢若每個處理的三個土壤之間有明顯的異質，則利用㈡隨機完全區集設計會使得實驗誤差較小，準確性較高

三、有農藝學家想要評估降雨量(x)和水稻產量(y)之間的關係，下列是他從 1965 年到 1977 年之 13 年間所調查之結果:

$$\sum xy=500，\sum y=78，\sum x^2=450，\sum y^2=600，\sum x=65$$

㈠對於上述之資料，請計算其相關係數(coefficient of correlation)。(5 分)

㈡每年的降雨量能解釋多少水稻產量的變動?(5 分)

㈢在 001 的顯著水準之下檢定虛無假說(H_0)：降雨量和水稻產量沒有相關性$(\rho=0)$，相較於對立假說(H_a)：降雨量和水稻產量相關係數不等於 $0(\rho\neq 0)$。$(Z_{0.05}=1.645$，$Z_{0.0025}=1.96$，$Z_{0.01}=2.23$ and，$Z_{0.005}=2.58)$(10 分)

【擬答】：

㈠ $$\gamma_{XY}=\frac{S_{XY}}{S_XS_Y}=\frac{\sum XY-\frac{(\sum X)(\sum Y)}{n}}{\sqrt{\sum X^2-\frac{(\sum X)^2}{n}}\sqrt{\sum Y^2-\frac{(\sum Y)^2}{n}}}$$

$$=\frac{500-\frac{65\times 78}{13}}{\sqrt{450-\frac{65^2}{13}}\sqrt{600-\frac{78^2}{13}}}=0.8563$$

㈡ $\gamma^2=0.8563^2=0.7332=73.32\%$

(三) $\begin{cases} H_0 : \rho = 0 \\ H_1 : \rho \neq 0 \end{cases}$

$$Z_r = \frac{1}{2}\ell n(\frac{1+r}{1-r}) = \frac{1}{2}\ell n(\frac{1+0.8563}{1-0.8563})$$

$=1.2793$

檢定統計量

$$Z = \frac{Z_r}{\sqrt{\frac{1}{n-3}}} = \frac{1.2793}{\sqrt{\frac{1}{13-3}}}$$

$= 4.0455 > 2.58 = Z_{0.005} \Rightarrow ReH_0$

結論：有證據顯示 $\rho \neq 0$

四、生產者想研究三種不同肥料與灌溉方法對於三品種某作物產量之效應，假設基於經費及資源的考量，想要避免過多的試驗單位，可藉由使用拉丁方格(Latin squares)設計來解決此困境，舉例來說，我們使用字母 a，b，c 來表示此作物之三品種，其設計如下(括弧內之數字代表其相對應之產量):

	灌溉法 I	灌溉法 II	灌溉法 III
肥料 1	a(75)	b(86)	c(69)
肥料 2	b(95)	c(79)	a(86)
肥料 3	c(70)	a(83)	b(93)

(一)若所需的假設能夠吻合,在 005 顯著水准之下,請執行拉丁方格設計之分析,並檢定肥料、灌溉法與品種之效應。($F_{2,2,\alpha=0.05} = 19.0$)(20 分)

(二)請詳述最終結論。(10 分)

【擬答】：

(一)

灌溉法	I	II	III	和
肥料 1	a(75)	b(86)	c(69)	230
肥料 2	b(95)	c(79)	a(86)	260
肥料 3	c(70)	a(83)	b(93)	246
和	240	248	248	736

	a	b	c
和	244	274	218

$$\sum\sum\sum X_{ijk}^2 = 75^2 + 86^2 + ... + 93^2 = 60882$$

$$SST = \sum\sum\sum X_{ijk}^2 - \frac{X_{...}^2}{N}$$

$$= 60882 - \frac{736^2}{9} = 693.56$$

$$SSR = \frac{1}{m}\sum X_{i..}^2 - \frac{X_{...}^2}{N}$$

$$= \frac{1}{3}\left[230^2 + 260^2 + 246^2\right] - \frac{736^2}{9} = 150.22$$

$$SSC=\frac{1}{m}\sum X_{.j.}^2-\frac{X_{...}^2}{N}$$

$$=\frac{1}{3}\left[240^2+248^2+248^2\right]-\frac{736^2}{9}=14.22$$

$$SS_t=\frac{1}{m}\sum X_{..k}^2-\frac{X_{...}^2}{N}$$

$$=\frac{1}{3}\left[244^2+274^2+218^2\right]-\frac{736^2}{9}=523.55$$

$$\mathrm{SSE}=\mathrm{SST}-\mathrm{SSR}-\mathrm{SSC}-\mathrm{SS_t}=5.57$$

ANOVA 表

變因	DF	SS	MS	F 值
列區集	2	150.22	75.11	$F_1=26.97^*$
行區集	2	14.22	7.11	$F_2=2.55$
處理	2	523.55	261.775	$F_3=93.99^*$
機差	2	5.57	2.785	
總和	8			

(二)

(1)肥料 $\begin{cases} H_0: M_{1..}=M_{2..}=M_{3..} \\ H_1: M_{i..}\text{不全相同}, i=1、2、3 \end{cases}$

$F_1=26.97>19=F_{2,2,0.05}\Rightarrow \mathrm{Re}\,H_0$

結論：在 0.05 顯著水準下，有證據顯示三種不同肥料對產量有顯著差異

(2)灌溉方法 $\begin{cases} H_0: M_{.1.}=M_{.2.}=M_{.3.} \\ H_1: M_{.j.}=\text{不全相同}, j=1,2,3 \end{cases}$

$F_2=2.55<19=F_{2,2,0.05}\Rightarrow not\,\mathrm{Re}\,H_0$

結論：在 0.05 顯著水準下，沒有證據顯示三種不同灌溉方式對產量有顯著差異

(3)品種 $\begin{cases} H_0: M_{..1}=M_{..2}=M_{..3} \\ H_1: M_{..k}\text{不全相同}, k=1,2,3 \end{cases}$

$F_3=93.99>19=F_{2,2,0.05}\Rightarrow \mathrm{Re}\,H_0$

結論：在 0.05 顯著水準下，有證據顯示三種不同品種對產量有顯著差異