

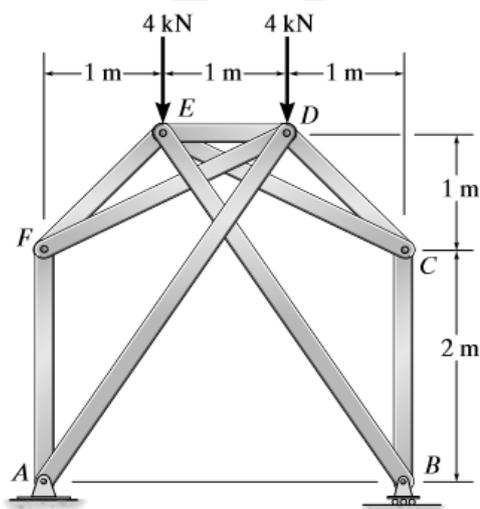
考試別：鐵路人員考試

等別：員級考試

類科別：土木工程

科目：工程力學概要

一、圖一之桁架，不計桁架桿件自重，求桁架內各桿件內力。（桿件內力以正號代表張力，負號代表壓力）（25 分）



圖一

考題難易：★★★★

破題關鍵：

1. 桁架為對稱結構，對稱桿件的內力相同，取一半桿件分析。
2. AD 及 BE 為零桿，因為在 A 及 B 點的水平合力為零。
3. 由節點法求桿件力。

【擬答】：

對稱所以 A 及 B 支承反力為 4kN 向上

假設所有未知桿件力皆為拉力，x 方向向右，y 方向向上。

B 節點

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow S_{BE,x} = 0 \Rightarrow S_{BE} = 0 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_{BC} + 4 = 0 \Rightarrow S_{BC} = -4 \text{ kN}$$

C 節點

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -\frac{1}{\sqrt{2}}S_{CD} - \frac{2}{\sqrt{5}}S_{CE} = 0 \Rightarrow S_{CD} = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}S_{CE} \dots (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 4 + \frac{1}{\sqrt{2}}S_{CD} + \frac{1}{\sqrt{5}}S_{CE} = 0 \dots (2)$$

(1) 代入(2)得

$$4 - \frac{2}{\sqrt{5}}S_{CE} + \frac{1}{\sqrt{5}}S_{CE} = 0 \Rightarrow S_{CE} = 4\sqrt{5} \text{ kN}$$

$$S_{CD} = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}}S_{CE} = -\frac{2\sqrt{2}}{\sqrt{5}} \times 4\sqrt{5} = -8\sqrt{2} \text{ kN}$$

桁架為對稱結構，可得

$$S_{AF} = S_{BC} = -4 \text{ kN}$$

公職王歷屆試題 (109 鐵路特考)

$$S_{FD} = S_{CE} = 4\sqrt{5} \text{ kN}$$

$$S_{FE} = S_{CD} = -8\sqrt{2} \text{ kN}$$

D 節點

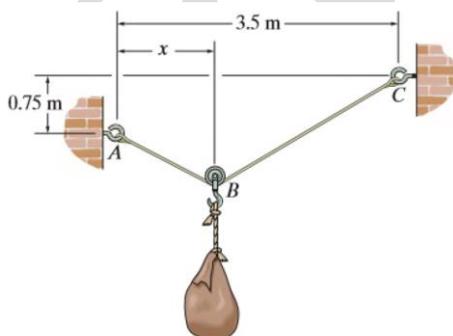
$$\sum F_x = 0 \Rightarrow -S_{DE} + \frac{1}{\sqrt{2}}S_{CD} - \frac{2}{\sqrt{5}}S_{DF} = 0$$

$$\Rightarrow S_{DE} = +\frac{1}{\sqrt{2}}(-8\sqrt{2}) - \frac{2}{\sqrt{5}}(4\sqrt{5}) = -16 \text{ kN}$$

答：  $S_{AF} = S_{BC} = -4 \text{ kN}$  ,  $S_{AD} = S_{BE} = 0 \text{ kN}$  ,  $S_{FD} = S_{CE} = 4\sqrt{5} \text{ kN}$

$S_{FE} = S_{CD} = -8\sqrt{2} \text{ kN}$  ,  $S_{DE} = -16 \text{ kN}$

二、如圖二，纜索 ABC 的長度為 5m，忽略纜索自重和 B 處平滑滑輪的尺寸與自重。求重量 100 公斤袋子平衡時的位置  $x$  和在纜索 ABC 中的張力。(力的單位：牛頓) (25 分)



圖二

考題難易：★★★★

破題關鍵：

1. 由同一纜索內力相同可知 AB 及 BC 的斜率會相同。

【擬答】：

設纜索拉力為  $T$ ，AB 段與水平夾角為  $\alpha$ ，BC 段與水平夾角為  $\beta$

由節點 B

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow T \cos \alpha = T \cos \beta \Rightarrow \alpha = \beta$$

由幾何關係，纜索長為 5m

$$\frac{x}{\cos \alpha} + \frac{3.5 - x}{\cos \alpha} = 5 \Rightarrow \alpha = 45.573^\circ$$

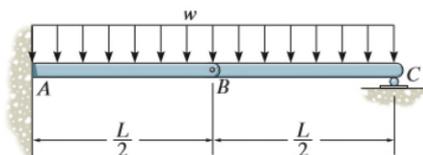
$$(3.5 - x) \tan \alpha - 0.75 = x \tan \alpha \Rightarrow x = 1.382 \text{ m}$$

$$w = 100 \times 9.81 = 981 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow 2T \sin \alpha = 981 \Rightarrow T = 686.8 \text{ N}$$

答：袋子平衡時的位置  $x = 1.382 \text{ m}$ ，纜索 ABC 中的張力  $T = 686.8 \text{ N}$

三、如圖三，繪製梁 ABC 的剪力圖和彎矩圖，A 處為固接，B 處為樞接，C 處為滾承，桿件自重不計。(25 分)



圖三

考題難易：★★

破題關鍵：

1. B 處為樞接因此  $M_B = 0$ ，解 A 及 C 的反力以 BC 自由體開始。
2. 承受均布力作用梁 ABC 的剪力圖和彎矩圖口訣為均斜凸。

【擬答】：

設 A 支承反力為  $A_y(\uparrow)$ ， $M_A(\curvearrowright)$ ，C 支承反力為  $C_y(\uparrow)$

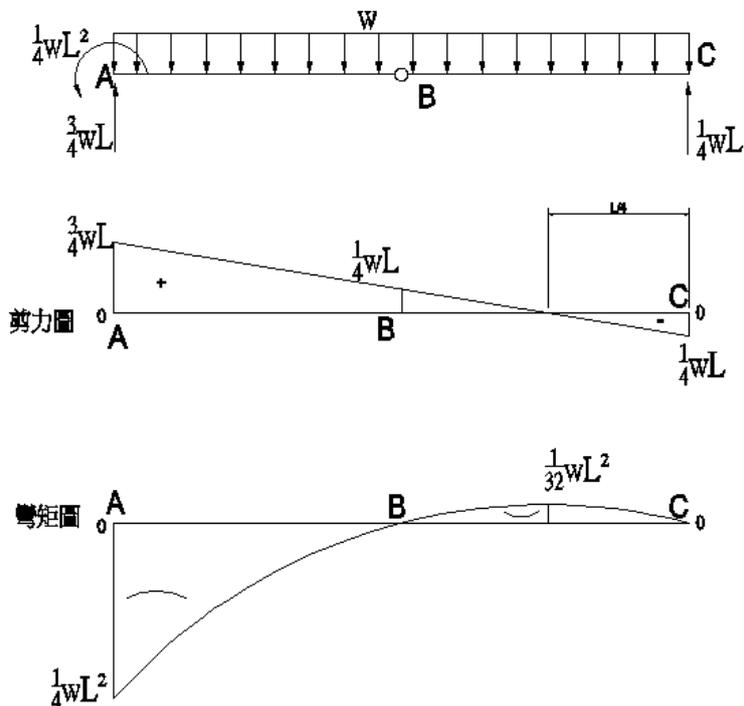
取 BC 段自由體

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow \frac{wL}{2} \times \frac{L}{4} - C_y \times \frac{L}{2} = 0 \Rightarrow C_y = \frac{wL}{4} (\uparrow)$$

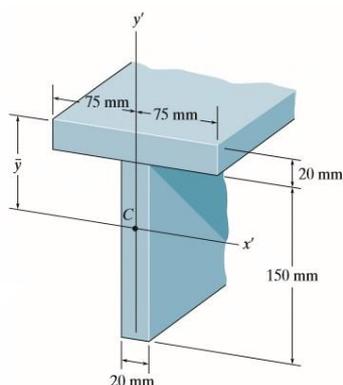
整體結構解 A 支承反力

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow C_y + A_y - wL = 0 \Rightarrow A_y = \frac{3}{4}wL (\uparrow)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - wL \times \frac{L}{2} + C_y \times L = 0 \Rightarrow M_A = \frac{wL^2}{4} (\curvearrowright)$$



四、如圖四之 T 型斷面，(一)求 T 型均質斷面的形心軸  $x'$  到頂部距離。(13 分) (二)計算通過形心軸  $x'$  和  $y'$  的慣性矩  $I_{x'}$  和  $I_{y'}$ 。(12 分)



圖四

考題難易：★★

破題關鍵：

1. 求 $\bar{y}$ 時將斷面分為翼板(20x150)和腹板(150x20)兩個部分

2. 求慣性矩 $I_{x'}$ 以矩形斷面對底部慣性矩 $\frac{1}{3}bh^3$ ，配合斷面加減方式計算。

【擬答】：

(一) T型均質斷面的形心軸  $x'$  到頂部距離 $\bar{y}$

$$\bar{y} = \frac{150 \times 20 \times 10 + 20 \times 150 \times (75 + 20)}{150 \times 20 + 20 \times 150} = 52.5 \text{ mm}$$

(二) 計算通過形心軸  $x'$  和  $y'$  的慣性矩 $I_{x'}$ 和 $I_{y'}$

$$I_{x'} = \frac{1}{3} [150 \times 52.5^3 - (150 - 20) \times (52.5 - 20)^3] + \frac{1}{3} \times 20 \times (170 - 52.5)^3 \\ = 16,562,500 \text{ mm}^4$$

$$I_{y'} = \frac{1}{12} (20 \times 150^3 + 150 \times 20^3) = 5,725,000 \text{ mm}^4$$

答：(一) T型均質斷面的形心軸  $x'$  到頂部距離 $\bar{y} = 52.5 \text{ mm}$

(二) 通過形心軸  $x'$  的慣性矩 $I_{x'} = 16,562,500 \text{ mm}^4$

通過形心軸  $y'$  的慣性矩 $I_{y'} = 5,725,000 \text{ mm}^4$

公  
職  
王